KRÓTKA ARYTMETYKA

Z WIELU ZADANIAMI

— W DWU CZĘŚCIACH —

NAPISAŁ

MARYAN A. BARANIECKI,
PROFESOR UNIWERSYTETU.

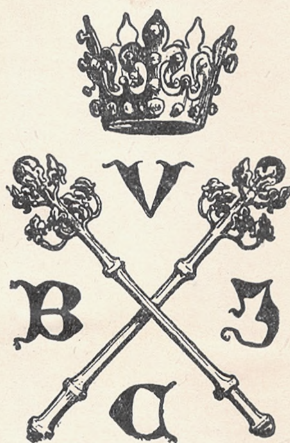
CZĘŚĆ ~~PIERWSZA~~ Druga.

WYDANIE DRUGIE



NAKŁADEM KSIĘGARNI M. ARCTA W WARSZAWIE,
UL. NOWY ŚWIAT No 53.
1894.

Cena w oprawie 60 kop.


V
B
J
C

KRÓTKA ARYTMETYKA

Z WIELU ZADANIAMI

— W DWU CZĘŚCIACH —

NAPISAŁ

MARYAN A. BARANIECKI,
PROFESOR UNIWERSYTETU.

CZĘŚĆ DRUGA.

WYDANIE DRUGIE.





NAKŁADEM KSIĘGARNI M. ARCTA W WARSZAWIE,
UL. NOWY ŚWIAT No 53.
1894.

Дозволено Цензурою.
Варшава, 5-го Іюля 1894 г.



Kraków 1894. — W drukarni Uniwersytetu, pod zarządem A. M. Kosterkiewicza.

SPIS RZECZY CZĘŚCI II.

Rozdział I. Poszukiwanie największego spólnego dzielnika i najmniejszej spólnej wielokrotności zapomocą kolejnego dzielenia.

Rozdział II. Ułamki zwyczajne.

Rozdział III. Wyrażanie ułamków zwyczajnych w postaci dziesiętnych i dziesiętnych w postaci zwyczajnych. — Określenie Arytmetyki.

Rozdział IV. Stosunki. Proporcye.

Rozdział V. Wielkości proporcyonalne.

Rozdział VI. Reguła trzech.

Poprawić:

Str.	76	*wiersz*	35—36	*zamiast*	$110\frac{1}{3}$ łokcia	*ma być*	$46\frac{1}{5}$ cala
„	»	„	36	„	$95\frac{1}{2}$ łokcia	„ „	40 cali
„	77	„	8—9	„	re-sztki	„ „	reszt-ki
„	„	„	17	„	0·0125	„ „	0,0125
„	78	„	23	»	arszy-	„ „	arszynów

CZĘŚĆ DRUGA.

ROZDZIAŁ PIERWSZY.

POSZUKIWANIE NAJWIĘKSZEGO SPÓLNEGO DZIELNIKA I NAJMNIEJSZEJ SPÓLNEJ WIELOKROTNOŚCI ZAPOMOCĄ KOLEJNEGO DZIELENIA.

WŁASNOŚCI NAJWIĘKSZEGO SPÓLNEGO DZIELNIKA DWU LICZB.

1. Gdy dwie liczby, np. 90 i 144, mają największy spólny dzielnik 18, to, dzieląc te liczby przez ich największy spólny dzielnik,

$$90:18=5,$$
$$144:18=8,$$

otrzymamy liczby 5 i 8, które są pierwsze względem siebie, t. j. *ilorazy z podzielenia każdej z dwu liczb przez ich największy spólny dzielnik są liczbami pierwszemi względem siebie.*

2. Gdy mamy dwie liczby, np. 60 i 12, z których pierwsza jest przez drugą podzielna, to 12 jest dzielnikiem tak 60-u, jak i 12-u, czyli jest ich spólnym dzielnikiem. Jest nadto 12 największym spólnym dzielnikiem liczb 60 i 12, gdyż 12 przez liczbę większą od 12-u nie jest podzielne. A zatem: *jeżeli z dwu liczb jedna jest przez pozostałą podzielna, to mniejsza jest największym spólnym dzielnikiem tych dwu liczb.*

3. Gdy mamy danych kilka liczb, np. 24, 36, 60 i 108, z których każda ma dzielnik 6, to każda z danych liczb może być przedstawiona jako suma samych tylko składników 6. Wskutek tego, oczywiście, również suma liczb danych, t. j. liczba $24+36+60+108=228$, może być wyrażona jako suma samych

tylko składników 6, czyli ma dzielnik 6. Możemy więc powiedzieć: *spólny dzielnik kilku liczb jest dzielnikiem ich sumy.*

Gdy mamy dwie liczby, np. 45 i 18, z których każda ma dzielnik 9, a więc może być przedstawiona jako suma samych tylko składników 9, to, od pierwszej $45 = 9+9+9+9+9$ odejmując drugą $18 = 9+9$, z uwagi, że od sumy samych tylko składników 9 odejmujemy pewną ilość tychże składników 9, otrzymamy w reszcie same tylko składniki 9,

$$45-18 = 9+9+9.$$

Różnica zatem, t. j. $45-18=27$, ma dzielnik 9. Możemy więc powiedzieć: *spólny dzielnik dwu liczb jest dzielnikiem ich różnicy.*

4. Weźmy dwie liczby, z których żadna nie jest podzielna przez pozostałą, np. 168 i 36. Podzielmy większą przez mniejszą; otrzymamy w ilorazie 4 i resztę dzielenia 24, tak iż

$$168=36\times4+24,$$

skąd, na mocy określenia odejmowania,

$$168-36\times4=24.$$

Zauważmy, że każdy dzielnik liczby 36 jest także dzielnikiem liczby 36×4.

Każdy spólny dzielnik liczb 168 i 36, jako spólny dzielnik liczb 168 i 36×4, jest także dzielnikiem różnicy $168-36\times4$, czyli jest dzielnikiem liczby 24. Każdy przeto spólny dzielnik liczb 168 i 36, jako dzielnik także liczby 24, jest spólnym dzielnikiem liczb 36 i 24.

Nawzajem, każdy spólny dzielnik liczb 36 i 24, jako spólny dzielnik liczb 36×4 i 24, jest także dzielnikiem sumy $36\times4+24$, czyli jest dzielnikiem liczby 168. Każdy przeto spólny dzielnik liczb 36 i 24, jako dzielnik także liczby 168, jest spólnym dzielnikiem liczb 36 i 168.

Skoro każdy spólny dzielnik liczb 168 i 36 jest spólnym dzielnikiem liczb 36 i 24, i nawzajem każdy spólny dzielnik liczb 36 i 24 jest spólnym dzielnikiem liczb 168 i 36, to wszystkie spólne dzielniki liczb 168 i 36 są też same, co liczb 36 i 24. Wskutek tego największy spólny dzielnik liczb 168 i 36 jest jednocześnie największym spólnym dzielnikiem liczb 36 i 24. A więc: *największy spólny dzielnik dwu liczb jest jednocześnie największym spólnym dzielnikiem mniejszej z nich i reszty z podzielenia większej z nich przez mniejszą.*

POSZUKIWANIE NAJWIĘKSZEGO SPÓLNEGO DZIELNIKA.

5. Znajdźmy największy spólny dzielnik liczb 1554 i 462. Podzielmy większą z nich przez mniejszą,

```
 1554 | 462
 1386 |----
 ---- | 3
  168.
```

Szukany największy spólny dzielnik liczb 1554 i 462 jest jednocześnie (art. 4) największym spólnym dzielnikiem liczb 462 i 168. Podzielmy większą z tych liczb przez mniejszą,

```
 462 | 168
 336 |----
 --- | 2
 126.
```

Największy spólny dzielnik liczb 462 i 168 jest jednocześnie największym spólnym dzielnikiem liczb 168 i 126. Podzielmy większą z tych liczb przez mniejszą,

```
 168 | 126
 126 |----
 --- | 1
  42.
```

Największy spólny dzielnik liczb 168 i 126 jest jednocześnie największym spólnym dzielnikiem liczb 126 i 42. Podzielmy większą z tych liczb przez mniejszą,

```
 126 | 42
 126 |---
 --- | 3
   0.
```

Największym spólnym dzielnikiem liczb 126 i 42 jest (art. 2) liczba 42; zatem szukanym największym spólnym dzielnikiem liczb 1554 i 462 jest taż liczba 42. Całe to postępowanie tak przedstawiamy:

```
                1554 | 462
                1386 |-----
          462 | ---- | 3
          336 |  168
    168 | --- |------
    126 |  126 |  2
126 | --- |----
126 |  42  | 1
--- |------
  0.    3
```

Takim sposobem znaleźliśmy największy spólny dzielnik dwu liczb zapomocą »kolejnego dzielenia«.

Widzimy z tego, że: aby znaleźć największy spólny dzielnik dwu liczb danych, dzielimy większą przez mniejszą; jeżeli z tego dzielenia zostaje reszta, dzielimy liczbę mniejszą przez tę resztę; jeżeliby znowu została reszta, podobnie przez nią dzielić będziemy resztę z poprzedniego dzielenia, i tak postępujemy wciąż dalej, dopóki nie dojdziemy do dzielenia, z którego już nie otrzymamy reszty. Liczba, która jest dzielnikiem w ostatniem dzieleniu, jest największym spólnym dzielnikiem liczb danych.

6. Szukajmy w ten sposób największego spólnego dzielnika liczb 393 i 92,

```
                393 | 92
                368 |----
                ----| 4
            92 | 25
            75 |----
            ---| 3
        25 | 17
        17 |----
        ---| 1
    17 | 8
    16 |----
    ---| 2
 8 | 1
 8 |----
---| 8
 0.
```

Dzielnikiem w ostatniem dzieleniu jest liczba 1, a więc liczby 393 i 92 są pierwsze względem siebie.

W podobnych do tego przykładach niema potrzeby prowadzić dzielenia do końca. Gdy bowiem dostrzeżemy, iż wypada wykonać dzielenie dwu liczb, które widocznie są pierwsze względem siebie, to możemy już dalszego dzielenia nie wykonywać. Tak np., otrzymawszy powyżej resztę 17 i mając 25 podzielić przez 17, możemy już zauważyć, iż te liczby 25 i 17 są pierwsze względem siebie, a więc temsamem i dane liczby 393 i 92 są również pierwsze względem siebie.

7. Gdy chcemy zapomocą kolejnego dzielenia znaleźć największy spólny dzielnik liczb

1554, 462, 378 i 357,

to naprzód szukamy największego spólnego dzielnika dwu z tych liczb, np. dwu pierwszych; znajdziemy (art. 5), iż jest nim liczba

42. Szukamy następnie największego spólnego dzielnika liczb 378 i 42,

```
378|42
378|9
---
  0;
```

jest więc (art. 2) nim liczba 42. Nakoniec szukamy największego spólnego dzielnika 357 i 42,

```
   357|42
   336|8
   ---
 42| 21
 42| 2
 --
  0;
```

jest więc nim liczba 21. — Dwie pierwsze liczby miały największy spólny dzielnik 42. Największym przeto spólnym dzielnikiem trzech pierwszych liczb mogła być liczba 42, lubteż dzielnik 42-u; była nim liczba 42. Największym przeto spólnym dzielnikiem wszystkich czterech liczb mogła być liczba 42, lub dzielnik 42-u; dlatego szukaliśmy największego spólnego dzielnika czwartej liczby i liczby 42. Okazało się, że największym spólnym dzielnikiem wszystkich liczb danych jest liczba 21.

POSZUKIWANIE NAJMNIEJSZEJ SPÓLNEJ WIELOKROTNOŚCI.

8. Gdy chcemy znaleźć najmniejszą spólną wielokrotność dwu liczb, np. 1554 i 462, to możemy tak postąpić. Znajdziemy zapomocą kolejnego dzielenia największy spólny dzielnik tych liczb (art. 5); jest nim liczba 42. Mamy tu

$$1554 = 42 \times 37, \quad 462 = 42 \times 11.$$

Liczby 37 i 11, jako ilorazy z podzielenia każdej z dwu liczb danych przez ich największy spólny dzielnik, są liczbami pierwszemi względem siebie (art. 1). A więc liczba $42 \times 37 \times 11 = 17094$ jest najmniejszą liczbą podzielną jednocześnie przez każdą z dwu danych liczb, czyli jest tych liczb najmniejszą spólną wielokrotnością. Zatem: najmniejsza spólna wielokrotność dwu liczb jest iloczynem ich największego spólnego dzielnika przez ilorazy, otrzymane z podzielenia każdej z tych dwu liczb przez tenże dzielnik.

9. Gdy chcemy w sposób podobny znaleźć najmniejszą spólną wielokrotność trzech lub więcej liczb, to po znalezieniu najmniejszej spólnej wielokrotności dwu liczb, szukamy w takiż sam spo-

sób najmniejszej spólnej wielokrotności liczby znalezionej i trzeciej z liczb danych, i t. d. Np. gdy mamy 84, 36, 48 i 200, to:

```
      84|36
      72|--
     ---|2            84:12=7,
  36|12               36:12=3,
  36|--
 ---|3
   0,                 12×7×3=252;
      252|48         252:12=21,
      240|--          48:12=4,
     ----|5
   48|12
   48|--              12×21×4=1008;
  ---|4
   0,
     1008|200       1008:8=126,
     1000|---        200:8=25,
    -----|5
 200|  8
 16  |----            8×126×25=25200.
 ---  | 25
  40
  40
  --
   0.
```

Najmniejszą spólną wielokrotnością liczb 84, 36, 48 i 200 jest liczba 25200.

ROZDZIAŁ DRUGI.

UŁAMKI ZWYCZAJNE.

OKREŚLENIE UŁAMKA.

10. Widzieliśmy (część I, art. 113), że ułamek np. $\frac{5}{6}$ powstał z jedności wskutek rozdzielenia jej na 6 równych części i skupienia 5-u takich części, że np. ułamek $\frac{1}{4}$ powstał z rozdzielenia jedności na 4 równe części i wzięcia jednej z nich, i t. d. Powiemy więc ogólnie: *ułamkiem nazywamy jedną lub więcej razem skupionych części, otrzymanych z rozdzielenia jedności na części równe.*

Wyrażenie ułamka, w którem części mniejsze od jedności są przedstawione według tej samej zasady, według której piszemy liczby całkowite, nazywamy ułamkiem dziesiętnym. Wyrażenie zaś ułamka przy pomocy dwu liczb, z których jedna, mianownik, wskazuje, na ile części jedność została rozdzieloną, a druga,

licznik, wskazuje, ile takich części wzięto, nazywamy ułamkiem zwyczajnym.

Licznik i mianownik nazywają się wyrazami ułamka.

W przeciwstawieniu ułamkowi, jedność i każdą liczbę, będącą skupieniem samych tylko jedności, nazywamy liczbą całkowitą.

Liczbę, przedstawiającą skupienie jedności i części, otrzymanych z jedności wskutek rozdzielenia jej na części równe, nazywamy całkowitą z ułamkiem, np. 4 i $\frac{2}{3}$, co piszemy krótko $4\frac{2}{3}$. Tak ułamek, jak i całkowitą z ułamkiem nazywamy wogóle liczbą ułamkową.

Ułamek, którego licznik jest 1, np. $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{12}$ i t. d., nazywa się ułamkiem prostym.

11. Oczywiście, że jeżeli jedność rozdzielimy np. na 6 równych części i weźmiemy tych szóstych części 6, t. j. $\frac{6}{6}$, to mieć będziemy znowu jedność; jest więc

$$1=\frac{6}{6}.$$

A więc: *jedność możemy przedstawić w postaci ułamka, którego licznik jest równy mianownikowi.*

Podobnie liczbę np. 4 możemy przedstawić jako 4 razy po 6 szóstych czyli 6×4 szóstych, t. j.

$$4=\frac{6\times4}{6}=\frac{24}{6}.$$

A więc: *całkowitą można przedstawić w postaci ułamka z dowolnym mianownikiem, biorąc za licznik iloczyn mianownika przez tę całkowitą.* Przedstawiamy także niekiedy całkowitą jako ułamek z mianownikiem 1, np.

$$5=\frac{5}{1}.$$

Gdybyśmy części, otrzymanych z rozdzielenia jedności na 8 równych części, wzięli np. 11, to ułamek $\frac{11}{8}$ byłby większy od jedności. Wogóle: ułamek, którego licznik jest mniejszy od mianownika, jest od jedności mniejszy; ułamek, którego licznik jest tą samą liczbą co mianownik, jest równy jedności; ułamek, którego licznik jest większy od mianownika, jest większy od jedności. Ułamek, którego licznik nie jest mniejszy od mianownika, nazywa się ułamkiem niewłaściwym; w przeciwstawieniu temu, ułamek, którego licznik jest mniejszy od mianownika, nazywa się ułamkiem właściwym.

WŁĄCZANIE CAŁKOWITEJ Z UŁAMKIEM W UŁAMEK I WYCIĄGANIE CAŁKOWITEJ Z UŁAMKA NIEWŁAŚCIWEGO.

12. Gdy mamy np. $4\frac{2}{3}$, to, wyrażając całkowitą 4 w trzecich częściach jedności, mieć będziemy $\frac{3\times4}{3}$. Wszystkiego przeto będzie trzecich części $3\times4+2$, t. j.

$$4\frac{2}{3}=\frac{3\times4+2}{3}=\frac{14}{3}.$$

A więc: *aby całkowitą z ułamkiem włączyć w ułamek, należy za mianownik ułamka wziąć mianownik ułamka danego, a za licznik sumę iloczynu mianownika przez całkowitą i licznika ułamka danego.*

13. Gdy mamy ułamek niewłaściwy, np. $\frac{33}{7}$, to z 33-ch siódmych każde 7 przedstawiają jedność; będzie więc tyle jedności, ile razy 7 mieści się w 33-ch; mieści się 4 razy, a więc będzie jedności 4. One stanowią 28 siódmych, pozostaje przeto 5 siódmych,

$$\frac{33}{7},\qquad \begin{array}{r|l} 33 & 7 \\ \hline 28 & 4 \\ \hline 5, & \end{array} \qquad \frac{33}{7}=4\frac{5}{7}.$$

Podobnie znajdziemy, że np. $\frac{28}{7}=4$. Powiemy więc ogólnie: *aby z ułamka niewłaściwego wyciągnąć całkowitą, należy jego licznik podzielić przez mianownik; iloraz niezupełny przedstawia całkowitą, a reszta dzielenia jest licznikiem ułamka o tym samym mianowniku, co ułamek dany.*

UŁAMEK JAKO WSKAZANE DZIELENIE.

14. Gdy mamy 33:7 i idzie nam o to, aby liczbę 33 rozdzielić na 7 równych części i wyznaczyć jedną taką część, to wypadek z tego dzielenia jest ten sam, co wtedy, kiedy jedność rozdzielimy na 7 równych części i weźmiemy takich części 33. A więc w tym razie jest

$$33:7=\frac{33}{7}.$$

Gdy mamy 33:7 i idzie nam o to, aby się dowiedzieć, ile razy 7 mieści się w 33-ch, to znajdziemy, iż mieści się $4\frac{5}{7}$ raza, a ta liczba może być wyrażona (art. 13) jako $\frac{33}{7}$. A więc i w tym razie jest

$$33:7=\frac{33}{7}.$$

A zatem: *ułamek możemy uważać jako wskazane dzielenie, w którem dzielną jest licznik, dzielnikiem mianownik, a ilorazem »wartość ułamka«*. Dlatego, aby oznaczyć, że mamy liczbę 33 podzielić przez 7, możemy pisać: albo 33:7, alboteż $\frac{33}{7}$.

Podobnie postępujemy, gdy czyto dzielna, czyteż dzielna i dzielnik są liczbami mianowanemi. Tak np. zamiast pisać $20\,m:3$ pisze się często $\frac{20\,m}{3}$ (czego już za ułamek uważać nie można), rozumiejąc tu albo wskazane dzielenie, alboteż iloraz $\frac{20}{3}\,m$ czyli $6\frac{2}{3}\,m$. Również, zamiast pisać $20\,m:3\,m$, pisze się często $\frac{20\,m}{3\,m}$, przez co rozumieć należy albo wskazane dzielenie, alboteż iloraz (liczbę oderwaną) $\frac{20}{3}$ czyli $6\frac{2}{3}$.

MNOŻENIE LUB DZIELENIE WYRAZÓW UŁAMKA PRZEZ LICZBĘ CAŁKOWITĄ.

15. Jeżeli mianownika ułamka np. $\frac{2}{7}$ nie zmienimy, a jego licznik powiększymy np. 3 razy, $\frac{2\times3}{7}=\frac{6}{7}$, to oczywiście ilość takichże samych części jedności będzie większa i wartość ułamka powiększy się tyle razy, ile razy powiększymy licznik. A więc: *jeżeli, nie zmieniając mianownika ułamka, pomnożymy jego licznik przez liczbę całkowitą, to wskutek tego wartość ułamka tyleż razy się powiększy.*

Podobnie możemy objaśnić, że np. od ułamka $\frac{6}{7}$ ułamek $\frac{6:3}{7}=\frac{2}{7}$ jest 3 razy mniejszy, t. j., *jeżeli, nie zmieniając mianownika ułamka, podzielimy jego licznik przez liczbę całkowitą, to wskutek tego wartość ułamka tyleż razy się zmniejszy.* —

Mając ułamek $\frac{3}{5}$, nie zmieniajmy jego licznika, a mianownik pomnóżmy np. przez 4, $\frac{3}{5\times4}=\frac{3}{20}$. Gdy powiększamy mianownik 4 razy, powiększa się 4 razy ilość części, na które jedność została rozdzieloną, a temsamem oddzielne części stają się 4 razy mniejszemi. Że zaś w obu razach bierzemy ich tyleż, zatem wartość ułamka $\frac{3}{20}$ jest 4 razy mniejsza od wartości ułamka $\frac{3}{5}$. A więc: *jeżeli, nie zmieniając licznika ułamka, pomnożymy jego mianownik przez liczbę całkowitą, to wskutek tego wartość ułamka tyleż razy się zmniejszy.*

Podobnie objaśnić możemy, że np. od ułamka $\frac{3}{20}$ ułamek $\frac{3}{20:4}=\frac{3}{5}$ jest 4 razy większy, t. j., *jeżeli, nie zmieniając licznika ułamka, podzielimy jego mianownik przez liczbę całkowitą, to wskutek tego wartość ułamka tyleż razy się powiększy.*

16. Jeżeli, mając ułamek np. $\frac{3}{4}$, pomnożymy jego licznik i mianownik np. przez 5, to otrzymamy ułamek $\frac{3\times5}{4\times5}=\frac{15}{20}$. Wskutek pomnożenia mianownika ułamka $\frac{3}{4}$ przez 5 wartość ułamka zmniejszyła się 5 razy, wskutek zaś pomnożenia licznika przez 5 powiększyła się — także 5 razy, a więc zmianie nie uległa, t. j.

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times5}{4\times5}.$$

Możemy tu inaczej tak rozumować: w ułamku $\frac{15}{20}$ mamy części jedności 5 razy mniejsze niż w ułamku $\frac{3}{4}$, ale za to jest ich 5 razy więcej.

Podobnie objaśnić możemy, że np. ułamki $\frac{15}{20}$ i $\frac{15:5}{20:5}$ czyli $\frac{3}{4}$ mają tę samą wartość, t. j.

$$\frac{15}{20}=\frac{15:5}{20:5}.$$

Powiemy więc ogólnie: *jeżeli licznik i mianownik ułamka albo jednocześnie pomnożymy, albotеż jednocześnie podzielimy przez tę samą liczbę całkowitą, to wartość ułamka się nie zmieni.*

RÓŻNE POSTACI UŁAMKA. SKRACANIE UŁAMKA.

17. Gdy mamy ułamek np. $\frac{24}{54}$, to możemy jego licznik i mianownik pomnożyć przez jakąkolwiek liczbę, albotеż podzielić przez którykolwiek ze spólnych dzielników. Tak powstałe ułamki

$$\frac{24}{54},\ \frac{24\times2}{54\times2}=\frac{48}{108},\ \frac{24\times3}{54\times3}=\frac{72}{162},\ \frac{24\times4}{54\times4}=\frac{96}{216},\ \frac{24\times5}{54\times5}=\frac{120}{270}\ \text{i t. d.},$$

$$\frac{24:2}{54:2}=\frac{12}{27},\ \frac{24:3}{54:3}=\frac{8}{18},\ \frac{24:6}{54:6}=\frac{4}{9},$$

jakoteż ułamki

$$\frac{12\times3}{27\times3}=\frac{36}{81},\ \frac{12\times5}{27\times5}=\frac{60}{135},\ \frac{12\times7}{27\times7}=\frac{84}{189}\ \text{i t. d.},$$

$$\frac{8\times2}{18\times2}=\frac{16}{36},\ \frac{8\times4}{18\times4}=\frac{32}{72},\ \frac{8\times5}{18\times5}=\frac{40}{90},\ \frac{8\times7}{18\times7}=\frac{56}{126}\ \text{i t. d.},$$

$$\frac{4\times5}{9\times5}=\frac{20}{45},\ \frac{4\times7}{9\times7}=\frac{28}{63},\ \frac{4\times11}{9\times11}=\frac{44}{99}\ \text{i t. d.},$$

mają tę samą wartość, co ułamek pierwotny $\frac{24}{54}$. Są to więc różne postaci pierwotnie danego ułamka $\frac{24}{54}$. Najprostszą z nich jest

postać $\frac{4}{9}$, której licznik i mianownik są liczbami pierwszemi względem siebie.

Z jakiejkolwiek postaci, podzieliwszy jej licznik i mianownik przez ich największy spólny dzielnik (np. $\frac{48:12}{108:12}=\frac{4}{9}$, $\frac{32:8}{72:8}=\frac{4}{9}$, i t. d.), możemy otrzymać tę postać $\frac{4}{9}$. Odwrotnie, każdą z powyższych postaci można otrzymać z postaci $\frac{4}{9}$, mnożąc jej licznik i mianownik przez odpowiednią liczbę.

18. Gdy licznik i mianownik ułamka dzielimy przez ich spólny dzielnik, to mówimy, iż dany ułamek »skracamy«. Np. skracając ułamek $\frac{24}{54}$ przez 6, otrzymujemy $\frac{4}{9}$.

Ale postaci $\frac{4}{9}$, w której licznik i mianownik są liczbami pierwszemi względem siebie, już skrócić nie można; dlatego nazywamy ją postacią nieskracalną ułamka. Gdy licznik i mianownik ułamka podzielimy przez ich największy spólny dzielnik, to (art. 1) otrzymamy postać nieskracalną owego ułamka.

Powiemy więc:

Skrócić ułamek jest to podzielić jego licznik i mianownik przez ich spólny dzielnik.

Skracając ułamek przez największy spólny dzielnik jego licznika i mianownika, otrzymujemy postać nieskracalną ułamka.

Z nieskracalnej postaci ułamka możemy otrzymać wszelkie inne, mnożąc jej licznik i mianownik przez liczby całkowite.

Zwykle w zadaniu, jakoteż w odpowiedzi na zadanie ułamki przedstawiamy w ich postaciach nieskracalnych.

Przy skracaniu ułamka pomocne nam bywają cechy podzielności. Np. licznik i mianownik ułamka $\frac{666}{3600}$ są podzielne przez 2 i przez 3; skracamy więc ułamek przez 6; otrzymawszy postać $\frac{111}{600}$, skracamy ją przez 3; postać $\frac{37}{200}$ jest już nieskracalna; jest więc

$$\frac{666}{3600}=\frac{37}{200}.$$

Niekiedy jednak cechy podzielności nie wystarczają. Np., aby się przekonać, czy można skrócić ułamek $\frac{299}{391}$, należy zapomocą kolejnego dzielenia szukać największego spólnego dzielnika (art. 5) liczb 391 i 299; znajdziemy, iż jest nim 23; jest zatem

$$\frac{299}{391}=\frac{13}{17}.$$

SPROWADZANIE UŁAMKÓW DO SPÓLNEGO MIANOWNIKA.

19. Gdy mamy ułamki z niejednakowymi mianownikami, np. $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{10}$, z których więc pierwszy przedstawia 6-te, drugi 8-me, a trzeci 10-te części jedności, to iść nam może niekiedy o to, aby te ułamki wyrazić w jednakowych częściach jedności, czyli temsamem przedstawić je w takich postaciach, któreby miały jednakowy mianownik.

Ponieważ owe postaci otrzymać możemy z danych (nieskracalnych), mnożąc licznik i mianownik przez odpowiednią liczbę, przeto spólny mianownik powstanie z mianowników 6, 8 i 10 wskutek pomnożenia każdego z nich przez odpowiednią liczbę. Zatem ów spólny mianownik będzie podzielny przez liczby 6, 8 i 10, t. j. będzie spólną wielokrotnością tych liczb.

Gdy weźmiemy najmniejszą spólną wielokrotność tych liczb, to będziemy mieli najprostsze postaci danych ułamków o spólnym mianowniku. Najmniejszą spólną wielokrotnością mianowników jest liczba 120.

Ponieważ $120:6=20$, przeto $\frac{5}{6}=\frac{5\times20}{6\times20}=\frac{100}{120}$,

" $120:8=15$, " $\frac{3}{8}=\frac{3\times15}{8\times15}=\frac{45}{120}$,

" $120:10=12$, " $\frac{7}{10}=\frac{7\times12}{10\times12}=\frac{84}{120}$.

Wyraziliśmy zatem dane ułamki w postaciach $\frac{100}{120}$, $\frac{45}{120}$, $\frac{84}{120}$, mających spólny mianownik, czyli, jak mówimy, dane ułamki »sprowadziliśmy do spólnego mianownika«.

Widzimy więc, że:

Sprowadzić ułamki do spólnego mianownika jest to wyrazić je w postaciach, mających tęż samą liczbę w mianowniku.

Aby ułamki sprowadzić do spólnego mianownika, naprzód znajdujemy najmniejszą spólną wielokrotność ich mianowników, którą przyjmujemy za mianownik spólny, a następnie za licznik ułamka bierzemy iloczyn pierwotnego licznika przez iloraz z podzielenia spólnego mianownika przez mianownik pierwotny.

PORÓWNYWANIE WARTOŚCI UŁAMKÓW.

20. Jeżeli dane dwa ułamki mają jednakowe mianowniki, to oczywiście ten z nich jest większy, w którym większa jest ilość

takich samych części jedności, t. j., którego licznik jest większy, np.

$$\frac{5}{7} > \frac{3}{7}.$$

Jeżeli dane dwa ułamki mają jednakowe liczniki, to oczywiście ten z nich jest większy, który przedstawia tę samą ilość większych części jedności, t. j., którego mianownik jest mniejszy, np.

$$\frac{5}{7} > \frac{5}{11}.$$

Jeżeli zaś dane dwa ułamki nie mają ani spólnego mianownika, aniteż spólnego licznika, to sprowadzamy te ułamki do spólnego mianownika, poczem wnosimy, który z danych ułamków jest większy. Np. $\frac{3}{4}$ i $\frac{13}{18}$.

$$\frac{3}{4} = \frac{27}{36}, \quad \frac{13}{18} = \frac{26}{36},$$

a więc

$$\frac{3}{4} > \frac{13}{18}.$$

DODAWANIE.

21. Wiemy (I, art. 60), że *dodawanie jest to działanie, za pomocą którego, mając dwie lub więcej liczb danych, zwanych składnikami, znajdujemy liczbę, zwaną sumą, która jest skupieniem jedności i części jedności składników.*

22. Gdy mamy wykonać dodawanie $\frac{3}{5}+\frac{11}{15}+\frac{8}{9}$, to idzie nam o to, aby liczby $\frac{3}{5}$, $\frac{11}{15}$ i $\frac{8}{9}$ skupić w jedną liczbę. W tym celu potrzeba wyrazić liczby dane w jednakowych częściach jedności, t. j. sprowadzić je do spólnego mianownika. Spólnym mianownikiem ułamków danych będzie liczba 45;

$$\frac{3}{5} = \frac{27}{45}, \quad \frac{11}{15} = \frac{33}{45}, \quad \frac{8}{9} = \frac{40}{45}.$$

Jest więc

$$\frac{3}{5}+\frac{11}{15}+\frac{8}{9} = \frac{27}{45}+\frac{33}{45}+\frac{40}{45}.$$

Mamy teraz skupić w jedną liczbę 45-tych części 27, 33 i 40; jest więc ich wszystkich 27+33+40. Zatem

$$\frac{3}{5}+\frac{11}{15}+\frac{8}{9} = \frac{27}{45}+\frac{33}{45}+\frac{40}{45} = \frac{27+33+40}{45} = \frac{100}{45} = 2\frac{10}{45} = 2\frac{2}{9}.$$

Widzimy więc, że, *aby wykonać dodawanie ułamków, należy, w razie, gdy ich mianowniki są różne, sprowadzić ułamki do spólnego mianownika, a liczniki tych postaci dodać do siebie; otrzymana stąd liczba jest licznikiem sumy, mianownikiem zaś jej tenże sam mianownik spólny.*

23. Weźmy sumę liczb ułamkowych, np. $\frac{3}{5}+2\frac{11}{15}+\frac{8}{9}+3$. W tej sumie zmieńmy następstwo składników, np. w taki sposób: $3+2\frac{11}{15}+\frac{3}{5}+\frac{8}{9}$. Okażemy, że te dwie sumy są równe sobie.

Sprowadzając ułamki do spólnego mianownika i wyrażając całkowite w postaci ułamków o tymże mianowniku, będziemy mieli według art. poprzedzającego

$$\frac{3}{5}+2\frac{11}{15}+\frac{8}{9}+3=\frac{27}{45}+\frac{90}{45}+\frac{33}{45}+\frac{40}{45}+\frac{135}{45}.$$

$$\frac{3}{5}+2\frac{11}{15}+\frac{8}{9}+3=\frac{27+90+33+40+135}{45}.$$

W liczniku jest suma liczb całkowitych, w której możemy zmienić porządek składników; będzie więc np.

$$\frac{3}{5}+2\frac{11}{15}+\frac{8}{9}+3=\frac{135+90+33+27+40}{45}.$$

Ostatni ułamek mógł powstać z dodawania $\frac{135}{45}+\frac{90}{45}+\frac{33}{45}+\frac{27}{45}+\frac{40}{45}$, czyli z dodawania $3+2+\frac{11}{15}+\frac{3}{5}+\frac{8}{9}$. Jest więc

$$\frac{3}{5}+2\frac{11}{15}+\frac{8}{9}+3=3+2\frac{11}{15}+\frac{3}{5}+\frac{8}{9}.$$

Widzimy więc, że także w tym przypadku, kiedy pośród składników są liczby ułamkowe, *suma nie zależy od porządku składników.*

24. Gdy mamy np. $2\frac{3}{5}+\frac{11}{15}+7\frac{8}{9}$, to

$$2\frac{3}{5}+\frac{11}{15}+7\frac{8}{9}=2+7+\frac{27+33+40}{45}=9+2\frac{2}{9}=11\frac{2}{9}.$$

Ogólnie więc: *aby wykonać dodawanie liczb ułamkowych, należy do sumy całkowitych dodać sumę ułamków.* Jeżeli pośród danych składników są ułamki niewłaściwe, to zwykle uprzednio wyciągamy z nich całkowite.

ODEJMOWANIE.

25. *Wiemy* (I, art. 63, 27), *że odejmowanie jest to działanie, zapomocą którego, mając dwie liczby, odjemną i odjemnik, znajdujemy liczbę, zwaną resztą lub różnicą, taką, iżby suma odjemnika i reszty była równa odjemnej.*

26. Mając wykonać odejmowanie $\frac{7}{12}-\frac{2}{15}$, zauważmy, że odjemna $\frac{7}{12}$ jest sumą odjemnika $\frac{2}{15}$ i szukanej reszty. Gdy więc odjemną i odjemnik wyrazimy w jednakowych częściach jedności, to będziemy mogli oznaczyć, o ile tych części jest więcej w odjemnej niż w odjemniku, czyli oznaczyć resztę. Dlatego należy odjemną i odjemnik sprowadzić do spólnego mianownika,

$$\frac{7}{12}=\frac{35}{60},\quad \frac{2}{15}=\frac{8}{60},\quad \frac{7}{12}-\frac{2}{15}=\frac{35}{60}-\frac{8}{60};$$

w reszcie więc będą 60-te części, a będzie ich 35 — 8, t. j. 27. Jest więc

$$\frac{7}{12}-\frac{2}{15}=\frac{35}{60}-\frac{8}{60}=\frac{35-8}{60}=\frac{27}{60}=\frac{9}{20}.$$

A zatem: *aby wykonać odejmowanie ułamków, należy, w razie, gdy ich mianowniki są różne, sprowadzić ułamki do spólnego mianownika, a liczniki tych postaci odjąć od siebie; otrzymana stąd liczba jest licznikiem różnicy, mianownikiem zaś jej tenże sam mianownik spólny.*

27. Gdy mamy np. $10\frac{7}{12}-3\frac{2}{15}$, to wykonywamy odejmowanie, uskuteczniając odejmowania częściowe: ułamka od ułamka i całkowitej od całkowitej;

$$10\frac{7}{12}-3\frac{2}{15};\quad \frac{7}{12}-\frac{2}{15}=\frac{9}{20};\quad 10-3=7;$$

jest więc $10\frac{7}{12}-3\frac{2}{15}=7\frac{9}{20}$.

Gdyby w odjemnej nie było ułamka, np. $12-3\frac{2}{15}$, to rozkładamy odjemną na $11+1$ czyli $11\frac{15}{15}$, tak iż

$$12-3\frac{2}{15}=11\frac{15}{15}-3\frac{2}{15}=8\frac{13}{15}.$$

Gdyby ułamek odjemnej był mniejszy od ułamka odjemnika (art. 20), np. $10\frac{2}{15}-3\frac{7}{12}$, to rozkładamy odjemną na $9+1\frac{2}{15}$, czyli $9\frac{17}{15}$, tak iż

$$10\frac{2}{15}-3\frac{7}{12}=9\frac{17}{15}-3\frac{7}{12}=6\frac{11}{20}.$$

Ogólnie więc: *aby wykonać odejmowanie liczb ułamkowych, należy do różnicy całkowitych przypisać różnicę ułamków; gdyby jednak ułamka w odjemnej nie było, lub ułamek odjemnej był mniejszy od ułamka odjemnika, to należy całkowitą odjemnej zmniejszyć o 1 i przedstawić tę jedność jako ułamek.*

28. W sposób podobny, jak w art. 23-im, można okazać, że ogólnie (kiedy liczby są czyto całkowite, czyteż ułamkowe):

gdy jeden składnik sumy powiększymy lub zmniejszymy o jakąś liczbę, to wskutek tego suma o tęż liczbę odpowiednio się powiększy lub zmniejszy;

gdy jeden składnik sumy o jakąś liczbę powiększymy, a inny o tęż samą liczbę zmniejszymy, to wskutek tego suma się nie zmieni;

gdy odjemną i odjemnik czyto jednocześnie powiększymy, czyteż jednocześnie zmniejszymy o tęż samą liczbę, to różnica się nie zmieni;

gdy, nie zmieniając odjemnej, odjemnik powiększymy lub zmniejszymy o jakąś liczbę, to reszta o tęż samą liczbę odpowiednio się zmniejszy lub powiększy;

gdy, nie zmieniając odjemnika, odjemną powiększymy lub zmniejszymy o jakąś liczbę, to reszta o tęż samą liczbę odpowiednio się powiększy lub zmniejszy.

MNOŻENIE.

29. Wiemy (I, art. 67), że *mnożenie jest to działanie, zapomocą którego, mając dwie liczby, mnożną i mnożnik, znajdujemy liczbę, zwaną iloczynem, którą możemy otrzymać z mnożnej w taki sam sposób, w jaki mnożnik powstaje z jedności.*

Tak np., gdy mamy $20\times\frac{3}{4}$, to

ponieważ $\frac{3}{4}$ powstały z jedności wskutek rozdzielenia jej na cztery równe części i skupienia trzech takich części,

przeto, aby utworzyć iloczyn $20\times\frac{3}{4}$, należy mnożną 20 rozdzielić na cztery równe części i takich części, z których każda jest liczbą 5, wziąć trzy. Iloczynem więc będzie liczba 15.

30. Gdy mamy np. znaleźć iloczyn $\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}$, to, aby z jedności utworzyć mnożnik $\frac{3}{4}$, należy

1 zmniejszyć 4 razy i wziąć sumę $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$;

przeto, aby utworzyć iloczyn, należy mnożną

$\frac{2}{5}$ zmniejszyć 4 razy i wziąć sumę $\frac{2}{5\times4}+\frac{2}{5\times4}+\frac{2}{5\times4}$,

t. j. (art. 22) $\frac{2+2+2}{5\times4}$, czyli $\frac{2\times3}{5\times4}$. Jest więc

$$\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{2\times3}{5\times4}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}.$$

Zatem: *aby pomnożyć ułamek przez ułamek, należy za licznik iloczynu wziąć iloczyn liczników, a za jego mianownik iloczyn mianowników.*

31. Gdybyśmy mieli $\frac{2}{9}\times8$, $7\times\frac{5}{6}$, to, podobnie objaśniając na podstawie określenia mnożenia, znaleźlibyśmy, iż

$$\frac{2}{9}\times8=\frac{2\times8}{9}=\frac{16}{9}=1\frac{7}{9},\ 7\times\frac{5}{6}=\frac{7\times5}{6}=\frac{35}{6}=5\frac{5}{6}.$$

To samo otrzymalibyśmy, gdybyśmy liczby całkowite wyrazili jako ułamki z mianownikiem 1 (art. 11) i zastosowali prawidło poprzednie

$$\frac{2}{9}\times8=\frac{2}{9}\times\frac{8}{1}=\frac{16}{9}=1\frac{7}{9},\ 7\times\frac{5}{6}=\frac{7}{1}\times\frac{5}{6}=\frac{35}{6}=5\frac{5}{6}.$$

W razie, gdy albo mnożna, albo mnożnik, alboteż mnożna i mnożnik są całkowitemi z ułamkami, włączamy je w ułamki, np.

$$3\frac{5}{7}\times2\frac{3}{16}=\frac{26}{7}\times\frac{35}{16}=\frac{26\times35}{7\times16}.$$

Tu możemy podzielić licznik i mianownik (art. 18) przez spólne dzielniki 2 i 7; mogliśmy to uskutecznić wcześniej (jak to się zwykle czyni), tak iż

$$3\tfrac{5}{7}\times 2\tfrac{3}{16}=\tfrac{26}{7}\times\tfrac{35}{16}=\tfrac{13}{1}\times\tfrac{5}{8}=\tfrac{65}{8}=8\tfrac{1}{8}.$$

32. Gdy mamy znaleźć iloczyn więcej niż dwu czynników, to, po znalezieniu iloczynu dwu czynników, znajdziemy iloczyn tak otrzymanej liczby i trzeciego czynnika, i t. d. Wypadnie więc, czynniki całkowite uważając za ułamki z mianownikami 1, iloczyn liczników wziąć za licznik iloczynu, a za jego mianownik iloczyn mianowników. Te zaś dwa iloczyny można podzielić przez ich spólne dzielniki, co zwykle zaraz stopniowo uskuteczniamy. Np. iloczyn $2\frac{1}{2}\times 1\frac{13}{15}\times 27\times 1\frac{2}{63}$ jest równy

$$\tfrac{5}{2}\times\tfrac{28}{15}\times 27\times\tfrac{65}{63}=\tfrac{1}{2}\times\tfrac{28}{3}\times 3\times\tfrac{65}{7}=\tfrac{1}{2}\times 4\times 65=2\times 65=130.$$

33. Gdy mamy znaleźć $\frac{3}{4}$ liczby $\frac{2}{5}$, to, zestawiwszy to wyrażenie z wyrażeniem »$\frac{3}{4}$ jedności«, spostrzeżemy, iż »$\frac{3}{4}$ liczby $\frac{2}{5}$« tak powstały z liczby $\frac{2}{5}$, jak »$\frac{3}{4}$ jedności« powstały z jedności. Według więc określenia mnożenia »$\frac{3}{4}$ liczby $\frac{2}{5}$« jest liczbą, którą przedstawia iloczyn $\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{10}$.

34. W przypadku szczególnym: »$\frac{3}{4}$ liczby $\frac{4}{3}$« jest liczbą $\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}=1$, »$\frac{1}{7}$ liczby 7« jest liczbą $7\times\frac{1}{7}=1$, i podobnie »6 liczb $\frac{1}{6}$« (t. j. 6 liczb, z których każda jest $\frac{1}{6}$) jest $\frac{1}{6}\times 6=1$, i t. d. O takich liczbach, jak np. o powyższych $\frac{3}{4}$ i $\frac{4}{3}$ mówimy, iż $\frac{3}{4}$ jest o d w r o t n o ś c i ą liczby $\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$, a liczba $1\frac{1}{3}$ jest odwrotnością liczby $\frac{3}{4}$ i t. p. A więc: *każda z dwu liczb, których iloczyn jest równy jedności, jest odwrotnością pozostałej.*

35. Jeżeli w iloczynie $2\frac{1}{2}\times 1\frac{13}{15}\times 27\times 1\frac{2}{63}$ zmienimy porządek czynników, to w liczniku i w mianowniku ułamka $\frac{5\times 28\times 27\times 65}{2\times 15\times 63}$, przedstawiającego dany iloczyn, zmieni się następstwo czynników po sobie. Tak jednak iloczyn liczb całkowitych $5\times 28\times 27\times 65$, jak i iloczyn $2\times 15\times 63$ nie zależy od porządku czynników; jakiekolwiek zatem przestawienie czynników danego iloczynu nie zmienia liczby, którą ten iloczyn wyraża. A więc ogólnie: *iloczyn nie zależy od porządku czynników.*

DZIELENIE.

36. Wiemy (I, art. 70, 45), że *dzielenie jest to działanie, zapomocą którego, mając dwie liczby, dzielną i dzielnik, znajdujemy*

liczbę, zwaną ilorazem, taką, iżby iloczyn dzielnika i ilorazu był równy dzielnej.

Gdy mamy np. $7:\frac{1}{3}$, to mamy znaleźć iloraz, który mnożąc przez $\frac{1}{3}$ otrzymamy 7, t. j. mamy znaleźć taką liczbę, której $\frac{1}{3}$ (art. 33) jest liczbą 7. Jeżeli więc $\frac{1}{3}$ ilorazu jest 7, to iloraz jest 3 razy większy od 7-u, t. j. ilorazem jest $7\times 3=21$; a zatem $7:\frac{1}{3}=21$.

37. $\frac{2}{5}:7$. Ponieważ iloraz $\times 7$ czyli 7 ilorazów jest liczbą $\frac{2}{5}$, to iloraz jest siódmą częścią ($\frac{1}{7}$) liczby $\frac{2}{5}$, czyli (art. 33) iloraz jest liczbą $\frac{2}{5}\times\frac{1}{7}$. A więc

$$\frac{2}{5}:7=\frac{2}{5}\times\frac{1}{7}.$$

$8:\frac{3}{5}$. Ponieważ iloraz $\times\frac{3}{5}$ czyli $\frac{3}{5}$ ilorazu jest liczbą 8, przeto $\frac{1}{5}$ ilorazu jest $\frac{1}{3}$ liczby 8, a iloraz jest: 5 razy $\frac{1}{3}$ liczby 8, czyli $\frac{5}{3}$ liczby 8, t. j. $8\times\frac{5}{3}$. A więc

$$8:\frac{3}{5}=8\times\frac{5}{3}.$$

$\frac{2}{5}:\frac{3}{7}$. Gdy $\frac{3}{7}$ ilorazu jest liczbą $\frac{2}{5}$, to $\frac{1}{7}$ ilorazu jest $\frac{1}{3}$ liczby $\frac{2}{5}$, a iloraz jest: 7 razy $\frac{1}{3}$ liczby $\frac{2}{5}$, czyli $\frac{7}{3}$ liczby $\frac{2}{5}$, t. j. $\frac{2}{5}\times\frac{7}{3}$. A więc

$$\frac{2}{5}:\frac{3}{7}=\frac{2}{5}\times\frac{7}{3}.$$

Widzimy więc (art. 34), że *iloraz dwu liczb jest równy iloczynowi dzielnej przez odwrotność dzielnika.*

38. Gdyby, czyto dzielna, czyto dzielnik, czyteż dzielna i dzielnik były całkowitemi z ułamkami, to również należałoby według tego prawidła postąpić; np.

$$2\tfrac{1}{2}:1\tfrac{3}{4}=2\tfrac{1}{2}\times\tfrac{4}{7}=\tfrac{5}{2}\times\tfrac{4}{7}=\tfrac{10}{7}=1\tfrac{3}{7}.$$

39. Gdy dzielna albo dzielnik, alboteż obie te liczby są ułamkowe i gdy dzielenie wskażemy pisząc dzielną nad poziomą kreską, dzielnik zaś pod nią (art. 14), to powstanie ułamek, którego jeden lub oba wyrazy są liczbami ułamkowemi. Taki jednak ułamek możemy, stosując prawidło na dzielenie ułamków, sprowadzić do ułamka o całkowitych wyrazach; np.

$$\frac{\frac{3}{7}}{2\frac{1}{2}}=\frac{3}{7}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{35}.$$

40. W sposób podobny, jak w art. 35-ym, można okazać, że ogólnie (kiedy liczby są czyto całkowite, czyteż ułamkowe):

gdy jeden czynnik iloczynu pomnożymy lub podzielimy przez jakąś liczbę, to iloczyn będzie przez tęż samą liczbę odpowiednio pomnożony lub podzielony;

gdy jeden czynnik iloczynu przez jakąś liczbę pomnożymy, a inny przez tęż samą liczbę podzielimy, to iloczyn się nie zmieni;

gdy dzielną i dzielnik czyto jednocześnie pomnożymy, czyteż jednocześnie podzielimy przez tęż samą liczbę, to iloraz się nie zmieni;

gdy, nie zmieniając dzielnej, dzielnik pomnożymy lub podzielimy przez jakąś liczbę, to iloraz przez tęż samą liczbę będzie odpowiednio podzielony lub pomnożony;

gdy, nie zmieniając dzielnika, dzielną pomnożymy lub podzielimy przez jakąś liczbę, to iloraz przez tęż samą liczbę będzie odpowiednio pomnożony lub podzielony.

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA.

41. Mając dwie lub więcej liczb, możemy szukać takiej liczby, którą biorąc zamiast każdej z danych liczb, otrzymalibyśmy tę samą sumę, co z dodania liczb danych. Np., gdy mamy dane liczby: $2\frac{1}{2}$, 5, $13\frac{1}{2}$ i 8, to liczba $7\frac{1}{4}$ jest taką właśnie liczbą, gdyż

$$2\tfrac{1}{2}+5+13\tfrac{1}{2}+8=29,$$

$$7\tfrac{1}{4}+7\tfrac{1}{4}+7\tfrac{1}{4}+7\tfrac{1}{4}=29,$$

a więc $$7\tfrac{1}{4}+7\tfrac{1}{4}+7\tfrac{1}{4}+7\tfrac{1}{4}=2\tfrac{1}{2}+5+13\tfrac{1}{2}+8.$$

Taką liczbę $7\frac{1}{4}$ nazywamy średnią arytmetyczną liczb $2\frac{1}{2}$, 5, $13\frac{1}{2}$ i 8.

Ponieważ $7\frac{1}{4}+7\frac{1}{4}+7\frac{1}{4}+7\frac{1}{4}=7\frac{1}{4}\times 4$, przeto będziemy mieli $7\frac{1}{4}\times 4=2\frac{1}{2}+5+13\frac{1}{2}+8$, skąd (art. 36) $7\frac{1}{4}=\frac{2\frac{1}{2}+5+13\frac{1}{2}+8}{4}$, t. j. *średnia arytmetyczna liczb danych jest równa sumie liczb danych, podzielonej przez ich ilość.*

ROZDZIAŁ TRZECI.

WYRAŻANIE UŁAMKÓW ZWYCZAJNYCH W POSTACI DZIESIĘTNYCH I DZIESIĘTNYCH W POSTACI ZWYCZAJNYCH. OKREŚLENIE ARYTMETYKI.

POWSTAWANIE UŁAMKA DZIESIĘTNEGO PERYODYCZNEGO.

42. Iloraz z podzielenia liczb całkowitych lub dziesiętnych umiemy przedstawiać w postaci liczby dziesiętnej (I, art. 72). Tak np. 3 : 4=0,75, 11 : 50=0,22, 46 : 32=1,4375, 17 : 125=0,136.

Gdybyśmy w sposób podobny chcieli wyrazić iloraz z podzielenia 19:11, to uskuteczniając dzielenie

```
 19 | 11
 11 |-------
----| 1,72...,
*80
 77
----
  30
  22
  ---
  *8
   ...
   ...
```

po wyznaczeniu w ilorazie cyfry 2, otrzymamy resztę 8, taką samą, jak reszta pierwsza (gdzie *). Do niej znowu wypadnie przypisać 0, tej liczbie odpowie w ilorazie znowu liczba 7, poczem znowu otrzymamy resztę 3, a liczbie 30 odpowie znowu w ilorazie cyfra 2, i t. d. W ilorazie przeto cyfry 7, 2 będą się nieograniczenie powtarzały. Ułamek więc dziesiętny będzie *nieskończony* z powtarzającemi się cyframi 7, 2. W przeciwstawieniu, ułamki dziesiętne takie, jak poprzednio 0,75, 0,22, i t. d., których ilość cyfr dziesiętnych jest ograniczona, nazywamy *skończonymi*. Chcąc podobnie przedstawić ilorazy 10: 24, 77 : 37, 25 : 202, wykonalibyśmy odpowiednio dzielenia

```
 10  | 24              77 | 37              25  | 202
 100 | 0,416...        74 | 2,081...        250 | 0,12376...
  96                  *30                   202
 ----                  300                 ----
   40                  296                 *480
   24                  ---                   404
  ---                   40                   ---
 *160                   37                   760
  144                   ---                  606
  ---                   *3                   ---
  *16                    ...                 1540
   ...                   ...                 1414
   ...                                       ----
                                              1260
                                              1212
                                              ----
                                               *48
                                                ...
                                                ...
```

Otrzymane ułamki są nieskończone: w pierwszym wciąż się powtarza jedna cyfra (6), w drugim trzy cyfry (0, 8, 1), w trzecim cztery cyfry (2, 3, 7, 6).

Ułamek dziesiętny, w którym czyto jedna cyfra, czyteż pewna grupa cyfr nieograniczenie się powtarza, nazywa się *ułamkiem dziesiętnym peryodycznym*. W ułamku peryodycznym

powtarzająca się cyfra lub grupa powtarzających się cyfr nazywa się peryodem. W ułamku dziesiętnym peryodycznym wypisujemy peryod raz tylko, albo podkreślając cyfry peryodu i pisząc po nich trzy kropki, albo też nad cyfrą tworzącą peryod lub nad pierwszą i nad ostatnią z cyfr peryodu pisząc po jednej kropce. Powyższe więc ułamki peryodyczne tak napiszemy:

$$1,\underline{72}\ldots,\quad 0,41\underline{6}\ldots,\quad 2,\underline{081}\ldots,\quad 0,1\underline{2376}\ldots,$$

albo $$1,\dot{7}\dot{2},\quad 0,41\dot{6},\quad 2,\dot{0}8\dot{1},\quad 0,1\dot{2}37\dot{6}.$$

Pierwszy z tych ułamków czytamy tak: »1-a całkowita i peryod 7, 2«, drugi: »0 całkowitych, 4, 1 i peryod 6«, i t. d.

W pierwszej z tych liczb już pierwsza cyfra dziesiętna należy do peryodu; taki ułamek dziesiętny peryodyczny nazywamy prostym. W pozostałych zaś liczbach mamy cyfry dziesiętne, nie należące do peryodu; taki ułamek dziesiętny peryodyczny nazywa się mieszanym.

WYRAŻANIE UŁAMKA ZWYCZAJNEGO W POSTACI DZIESIĘTNEGO.

43. Wiemy (art. 14), że w ułamku zwyczajnym licznik odpowiada dzielnej, a mianownik dzielnikowi, ilorazowi zaś wartość ułamka. Tak np. wartość ułamka $\frac{3}{4}$ przedstawia iloraz z podzielenia liczby 3 przez liczbę 4. Iloraz zaś z podzielenia 3 : 4 możemy przedstawić jako liczbę dziesiętną; jest więc

$$\tfrac{3}{4} = 3:4 = 0,75.$$

Podobnie: $\frac{11}{50} = 11:50 = 0,22$, $\quad \frac{46}{32} = \frac{23}{16} = 23:16 = 1,4375$,

$\frac{17}{125} = 17:125 = 0,136$, $\frac{19}{11} = 19:11 = 1,\dot{7}\dot{2}$, $\frac{10}{24} = \frac{5}{12} = 5:12 = 0,41\dot{6}$,

$$\tfrac{77}{37} = 77:37 = 2,\dot{0}8\dot{1},\quad \tfrac{25}{202} = 25:202 = 0,1\dot{2}37\dot{6}.$$

A zatem: *aby ułamek zwyczajny wyrazić w postaci dziesiętnego, dzielimy licznik przez mianownik, wyznaczając iloraz tych dwu liczb całkowitych jako liczbę dziesiętną.*

Np. »Przyjmuje się, iż mila geograficzna jest 15-tą częścią średniego stopnia południka ziemskiego; ile mila geograficzna ma metrów?« — Ćwierć południka ziemskiego ma 10 000 000 m, a więc stopień południka ma średnio 10 000 000 m : 90, a 15-ta część średniego stopnia południka ma

$$\frac{10\,000\,000}{90 \times 15}\,m = 7407\,\frac{11}{27}\,m = 7407,\dot{4}0\dot{7}\,m.$$

Odp. Mila geograficzna ma 7407 $\frac{11}{27}$ m czyli $7407,\dot{4}0\dot{7}$ m.

WYRAŻANIE UŁAMKA DZIESIĘTNEGO W POSTACI ZWYCZAJNEGO.

44. Ułamek dziesiętny skończony, np. 0,256, t. j. 256 tysiącznych możemy przedstawić jako ułamek zwyczajny $\frac{256}{1000}$, tak iż

$$0,256 = \frac{256}{1000} = \frac{32}{125}.$$

Podobnie $$6,0375 = 6\frac{375}{10000} = 6\frac{3}{80}.$$

A więc: *aby ułamek dziesiętny skończony przedstawić w postaci zwyczajnego, należy za mianownik wziąć 1 z tylu zerami, ile jest cyfr dziesiętnych, a za licznik wziąć liczbę przedstawioną przez cyfry dziesiętne, jakby to ich zestawienie było oddzielną liczbą całkowitą.*

45. Weźmy ułamek dziesiętny peryodyczny prosty, np. $0,\dot{7}\dot{2}$. Zważmy, że liczbę utworzoną przez cyfry peryodu, t. j. liczbę 72, możemy tak przedstawić:

$$72 = 0,72 \times 100.$$

Mamy liczbę 0,72 wziąć jako składnik 100 razy, co możemy uskutecznić, biorąc ją jako składnik 99 razy i do tej sumy, czyli do iloczynu $0,72 \times 99$, dodając oddzielny składnik 0,72. Jest więc

$$72 = 0,72 \times 99 + 0,72.$$

Możemy tu 72 uważać za dzielną, a 99 za dzielnik; wówczas ilorazem niezupełnym jest liczba 0,72, a resztą dzielenia taż liczba 0,72. Jakoż,

```
  72  | 99
 *720 | 0,72...
  693
   270
   198
   *72
   ...
   ...
```

Widzimy zatem, że, dzieląc 72 przez 99, otrzymujemy w ilorazie jako początkowe cyfry dziesiętne 7, 2, poczem dla wyznaczenia dalszych cyfr dziesiętnych należy znowu 72 dzielić przez 99 (t. j. dopisać 0, i t. d.), tak iż w ilorazie cyfry 7, 2 będą się nieograniczenie powtarzały, czyli iloraz będzie danym ułamkiem peryodycznym. A więc ten ułamek peryodyczny powstał z dzielenia 72:99, czyli (art. 43) jest innem wyrażeniem ułamka zwyczajnego $\frac{72}{99} = \frac{8}{11}$.
Podobnie $17,\dot{1}8\dot{5} = 17 + 0,\dot{1}8\dot{5} = 17\frac{185}{999} = 17\frac{5}{27}$, $4,\dot{0}5\dot{4} = 4\frac{54}{999} = 4\frac{2}{37}$, i t. d.

A więc: *aby ułamek dziesiętny peryodyczny prosty wyrazić jako ułamek zwyczajny, należy za licznik wziąć liczbę utworzoną przez cyfry peryodu, a w mianowniku napisać liczbę utworzoną z tylu cyfr 9, ile jest wszystkich cyfr w peryodzie.*

Np. »Mila geograficzna ma $7407,\dot{4}0\dot{7}$ *m*; jaką częścią mili geograficznej jest kilometr?« — Jeżeli mila geograficzna ma

$$7407,\dot{4}0\dot{7}\ m = 7,\dot{4}0\dot{7}\ km = 7\tfrac{407}{999}\ km = 7\tfrac{11}{27}\ km = \tfrac{200}{27}\ km,$$

to $$1\ km = \tfrac{27}{200} \text{ mili g.} = 0,135 \text{ mili g.}$$

Odp. Kilometr jest 0,135 mili geograficznej.

46. Weźmy nakoniec ułamek peryodyczny mieszany, np. $0,41\dot{7}$. Zważmy, że

$$0,41\dot{7} = 0,41 + 0,00\dot{7} = 0,41 + 0,\dot{7} \times 0,01,$$

albo $$0,41\dot{7} = \tfrac{41}{100} + \tfrac{7}{9} \times \tfrac{1}{100} = \tfrac{41}{100} + \tfrac{7}{900} = \tfrac{7}{900} + \tfrac{41}{100}.$$

Aby ułamki sprowadzić do spólnego mianownika 900, należy licznik 41 drugiego ułamka pomnożyć przez 9; zamiast 41×9 weźmy różnicę $41 \times 10 - 41$. Będzie więc

$$\frac{7}{900} + \frac{41}{100} = \frac{7}{900} + \frac{410-41}{900} = \frac{7+410-41}{900} = \frac{417-41}{900}.$$

Jest więc $$0,41\dot{7} = \frac{417-41}{900} = \frac{376}{900} = \frac{94}{225}.$$

Podobnie np. $$5,443\dot{1}\dot{8} = 5\,\frac{44318-443}{99000} = 5\,\frac{43875}{99000} = 5\,\frac{39}{88}.$$

A więc: *aby ułamek dziesiętny peryodyczny mieszany wyrazić jako ułamek zwyczajny, należy za licznik wziąć różnicę między liczbą, utworzoną przez cyfry dziesiętne nie należące do peryodu i przez wszystkie cyfry peryodu, a liczbą, utworzoną przez cyfry dziesiętne nie należące do peryodu; za mianownik zaś wziąć liczbę, utworzoną przez tyle cyfr 9, ile jest cyfr w peryodzie, i przez tyle zer, ile jest cyfr dziesiętnych nie należących do peryodu.*

UWAGI.

47. Wiemy, że jakakolwiek postać ułamka zwyczajnego powstaje z jego postaci nieskracalnej wskutek pomnożenia jej licznika i mianownika przez tę samą liczbę (art. 18). Przeto, skoro ułamek dziesiętny skończony można wyrazić w postaci ułamka zwyczajnego, którego mianownik jest liczbą utworzoną przez 1 z zerami, mianownik nieskracalnej postaci tego ułamka zwyczajnego, jako dzielnik liczby utworzonej przez 1 z zerami, może się składać jedynie z czynników 2 i 5. A więc: jeżeli w rozkładzie mianownika postaci nieskracalnej danego ułamka zwyczajnego na czynniki pierwsze niema czynnika innego niż 2 lub 5, to uła-

mek dziesiętny, wyrażający dany ułamek zwyczajny, jest skończony. —

Jeżeli w rozkładzie mianownika nieskracalnej postaci danego ułamka zwyczajnego na czynniki pierwsze jest czynnik inny niż 2 lub 5, to ułamek dziesiętny, wyrażający dany ułamek zwyczajny, jest nieskończony. Dzieląc więc licznik przez mianownik, nie otrzymujemy reszty 0 i reszt będzie nieskończenie wiele. Że zaś reszta jest liczbą mniejszą od dzielnika, zatem reszty będą się powtarzały, a przeto także odpowiednie cyfry w ilorazie powtarzać się będą. Otrzymany więc ułamek dziesiętny jest peryodyczny. —

Ułamek peryodyczny prosty może być przedstawiony w postaci zwyczajnego, którego mianownik jest liczbą utworzoną przez same cyfry 9, a mieszany w postaci zwyczajnego, którego mianownik jest liczbą utworzoną przez cyfry 9 z następującemi po nich cyframi 0. Liczba utworzona przez same cyfry 9 nie ma dzielnika ani 2, aniteż 5; liczba zaś utworzona przez cyfry 9 z następującemi po nich cyframi 0 ma, prócz innych, dzielniki 2 i 5. A więc:

Jeżeli w rozkładzie mianownika nieskracalnej postaci danego ułamka zwyczajnego na czynniki pierwsze niema czynników ani 2, aniteż 5, to można z niej otrzymać postać, której mianownik jest utworzony przez same cyfry 9, t. j. ułamek dziesiętny peryodyczny, wyrażający dany ułamek zwyczajny, jest prosty.

Jeżeli w rozkładzie mianownika nieskracalnej postaci danego ułamka zwyczajnego na czynniki pierwsze znajduje się czynnik 2 lub 5, to nie można z niej otrzymać postaci, której mianownik byłby utworzony przez same cyfry 9, t. j. ułamek dziesiętny peryodyczny, wyrażający dany ułamek zwyczajny, jest mieszany. —

Widzimy jeszcze z tego, że niema przypadku, w którymby ułamek zwyczajny mógł przedstawiać ułamek dziesiętny nieskończony nieperyodyczny.

48. Jeżeli, rozwiązując zadanie, mamy wykonać działanie na liczbach dziesiętnych, w których ułamki są peryodyczne, to albo w takich ułamkach dziesiętnych zatrzymujemy pewną tylko ilość cyfr początkowych, alboteż, gdy nam idzie o dokładność rachunku, przed wykonaniem działania takie ułamki dziesiętne wyrażamy jako ułamki zwyczajne.

OKREŚLENIE ARYTMETYKI.

49. Wyraz a r y t m e t y k a pochodzi od wyrazu greckiego »aritmòs« (liczba). W arytmetyce mamy do czynienia z liczbami całkowitemi i ułamkowemi. Na nich wykonywamy »cztery działania«: dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie, przyczem jed-

nak w odejmowaniu odjemna nie jest mniejsza od odjemnika. W celu zrozumienia lub prostszego wykonywania tych działań rozważamy różne własności liczb całkowitych i ułamkowych. Prócz tego w tej nauce szczegółowo zastanawiamy się nad rozwiązywaniem zadań z życia praktycznego na liczby całkowite i ułamkowe, a które rozwiązać możemy, wykonywając na owych liczbach »cztery działania«. A zatem:

Nauka o wykonywaniu czterech działań na liczbach całkowitych i ułamkowych, o niektórych tych liczb własnościach, pomocnych do zrozumienia lub do prostszego wykonywania tych działań, oraz o rozwiązywaniu szczegółowem różnych zadań z życia praktycznego przy pomocy owych czterech działań — stanowi arytmetykę.

ROZDZIAŁ CZWARTY.

STOSUNKI. PROPORCYE.

WPROWADZENIE STOSUNKU.

50. Dzieląc przez siebie czyto dwie liczby oderwane, czyteż dwie liczby mianowane jednorodne, otrzymujemy jako iloraz liczbę oderwaną. Np. dzieląc 8 m przez 2 m, otrzymujemy liczbę oderwaną 4; dzieląc 9 przez 12, otrzymujemy liczbę oderwaną $\frac{3}{4}$. Niekiedy nie wypowiadamy wyraźnie ilorazu, ale, mając go na myśli, mówimy: stosunek 8-u m do 2-u m, stosunek 9-u do 12-u. Wyrażamy więc w taki sposób liczbę oderwaną przy pomocy dwu liczb, których ilorazem jest owa liczba oderwana. Takie jej wyrażenie nazywamy stosunkiem pierwszej z tych dwu liczb do drugiej. Możemy przeto powiedzieć: *stosunkiem dwu liczb nazywamy wyrażenie przez nie liczby oderwanej, którą otrzymalibyśmy, dzieląc pierwszą z owych dwu liczb przez drugą.*

Ponieważ liczba, którą stosunek wyraża, odpowiada ilorazowi, przeto zaznaczamy stosunek dwu liczb, np. 8 m do 2 m, pisząc albo 8 m:2 m, alboteż (art. 14) $\frac{8\,m}{2\,m}$, co w obu razach czytamy: »stosunek 8-u m do 2-u m«. Liczby 8 m i 2 m nazywają się łącznie wyrazami tego stosunku; pierwsza z nich nazywa się poprzednikiem, a druga nazywa się następnikiem; liczbę zaś

(jak w powyższym stosunku 4), którą stosunek wyraża, nazywamy **wykładnikiem** stosunku.

Gdy mamy stosunek 6-u godzin do 40-u minut, to zwykle, zamiast pisać 6 g. : 40 m., piszemy albo 360 m. : 40 m., alboteż 6 g. : $\frac{2}{3}$ g. Podobnie stosunek 6 g. : (2 g. + 40 m.) piszemy albo 6 g. : $2\frac{2}{3}$ g., alboteż 360 m. : 160 m.

51. Ponieważ stosunek wyraża liczbę oderwaną i o nią tylko nam właściwie idzie, przeto, zamiast pisać np. 8 *m* : 2 *m*, możemy napisać 8 : 2, gdyż tak pierwszy stosunek jak i drugi przedstawiają tę samą liczbę 4. Dlatego zawsze, gdy mamy oznaczyć stosunek dwu liczb mianowanych prostych, wyrażonych przy pomocy tej samej jednostki, opuszczamy miano jednostki i piszemy tylko stosunek liczb oderwanych.

WŁASNOŚCI STOSUNKU.

52. Ponieważ poprzednik odpowiada dzielnej, następnik dzielnikowi, a wykładnik stosunku ilorazowi, przeto:

poprzednik = następnikowi × wykładnik,
następnik = poprzednikowi : wykładnik,
wykładnik = poprzednikowi : następnik,

a nadto (art. 40): *jeżeli oba wyrazy stosunku albo jednocześnie pomnożymy, alboteż jednocześnie podzielimy przez tę samą liczbę, to wykładnik stosunku się nie zmieni.*

STOSUNKI RÓWNE. STOSUNKI ODWROTNE.

53. Wykładnik stosunku jest liczbą, o którą nam idzie, ilekroć wypowiadamy lub piszemy stosunek. Wskutek tego, mając stosunki o tym samym wykładniku, np. 6 : 15, 16 : 40, 0,4 : 1, możemy każdy wziąć zamiast innego, gdyż każdy przedstawia tę samą liczbę ($\frac{2}{5}$). Wszystkie stosunki o jednakowym wykładniku są równoznaczne z sobą. Dlatego stosunki, mające ten sam wykładnik, nazywamy stosunkami **równymi**.

54. Gdy mamy np. stosunek $\frac{42}{5} : \frac{21}{2}$, to nie zmienimy jego wykładnika, mnożąc oba wyrazy przez 10, tak iż danemu stosunkowi jest równy stosunek 84 : 105; dzieląc wyrazy ostatniego stosunku przez ich największy spólny dzielnik 21, otrzymujemy równy mu stosunek 4 : 5, którego wyrazy są liczbami pierwszemi względem siebie.

W takito zwykle sposób, jeżeli wyrazy stosunku danego nie są liczbami całkowitemi i pierwszemi względem siebie, stosunek dany zastępujemy przez równy mu stosunek liczb całkowitych, pierwszych względem siebie.

55. Gdy mamy dwie liczby, np. 4 i 10, to, zależnie od tego, którą z nich przyjmujemy jako poprzednik, istnieć mogą dwa stosunki tych liczb: albo 4:10, alboteż 10:4. Wykładniki tych stosunków są odpowiednio: $\frac{2}{5}$ i $\frac{5}{2}$, t. j. każdy jest odwrotnością (art. 34) pozostałego. Dlatego mówimy, że jeden z tych stosunków jest odwrotny względem pozostałego.

Oczywiście, o jakichkolwiek dwu stosunkach z wykładnikami, których iloczyn jest równy 1, np. o stosunkach 4:10 i 15:6, możemy także powiedzieć, iż każdy jest odwrotny względem pozostałego.

OKREŚLENIE PROPORCYI.

56. Gdy zaznaczamy, iż dwa stosunki, np. 4:10 i 6:15, są równe, to mówimy, iż te stosunki tworzą proporcyę; napiszemy więc

$$4:10=6:15.$$

A więc: *proporcya jest to zaznaczona równość dwu stosunków.*

Proporcya ma cztery wyrazy; wyrazy pierwszy i czwarty nazywają się wyrazami skrajnymi, wyrazy zaś drugi i trzeci wyrazami średnimi; pierwszy i trzeci poprzednikami proporcyi, drugi zaś i czwarty następnikami proporcyi; spólny wykładnik obu stosunków, tworzących proporcyę, nazywa się także wykładnikiem proporcyi. Powyższą proporcyę przeczytamy tak: »stosunek 4-ch do 10-u jest równy stosunkowi 6-u do 15-u«, albo krócej: »4 do 10-u równa się 6 do 15-u«. W przypadku, kiedy wykładnik proporcyi jest od 1 większy, np. 8:6=12:9, można ją tak czytać: »tyle razy 8 jest większe od 6-u, ile razy 12 jest większe od 9-u«.

GŁÓWNA WŁASNOŚĆ PROPORCYI.

57. Oba wyrazy pierwszego stosunku proporcyi 4:10=6:15 pomnóżmy przez następnik drugiego (t. j. przez 15), a oba wyrazy drugiego stosunku przez następnik pierwszego (t. j. przez 10). Tak powstałe stosunki

$$(4\times15):(10\times15) \quad \text{i} \quad (6\times10):(15\times10)$$

mają, jak poprzednie, ten sam wykładnik (art. 52). Następniki tych stosunków różnią się od siebie tylko porządkiem czynników, a więc są tą samą liczbą. Że zaś poprzednik stosunku równa się następnikowi pomnożemu przez wykładnik, a w tych dwu stosunkach następniki są tą samą liczbą i wykładniki są tą samą liczbą, przeto poprzedniki ich są sobie równe, t. j.

$$4 \times 15 = 6 \times 10.$$

Czynniki pierwszego iloczynu, 4 i 15, są wyrazami skrajnymi, czynniki zaś drugiego, 6 i 10, są wyrazami średnimi danej proporcyi. A więc: *iloczyn wyrazów skrajnych proporcyi jest równy iloczynowi jej wyrazów średnich.* Ta własność nazywa się główną własnością proporcyi.

58. Z proporcyi $4:10 = 6:15$ wynika $4 \times 15 = 10 \times 6$. Skoro 4 pomnożone przez 15, t. j. 15 liczb 4, jest liczbą 10×6, to

$$4 = \frac{10 \times 6}{15}; \qquad \text{podobnie} \qquad 15 = \frac{10 \times 6}{4}.$$

A więc: *wyraz skrajny proporcyi jest równy iloczynowi średnich, podzielonemu przez pozostały skrajny.* — Skoro 10 pomnożone przez 6 t. j. 6 liczb 10, jest liczbą 4×15, to

$$10 = \frac{4 \times 15}{6}; \qquad \text{podobnie} \qquad 6 = \frac{4 \times 15}{10}.$$

A więc: *wyraz średni proporcyi jest równy iloczynowi skrajnych, podzielonemu przez pozostały średni.*

Z tego wynika, że jeżeli jeden wyraz proporcyi jest niewiadomy, to możemy go znaleźć. (Liczbę niewiadomą zwykle oznaczamy literą x lub inną z końcowych liter alfabetu.) Tak np. gdy

$$5:x = 4:7, \qquad \text{to} \qquad x = \frac{5 \times 7}{4} = 8{,}75.$$

59. Widzieliśmy (art. 57), że z proporcyi wynika równość dwu iloczynów. Nawzajem, gdy mamy dwa iloczyny równe, np.

$$4 \times 15 = 6 \times 10,$$

to, podzieliwszy te równe liczby przez tę samą liczbę, mianowicie przez 15×6, otrzymamy ilorazy równe. Pierwszy z tych ilorazów $(4 \times 15):(15 \times 6)$ możemy (art. 40) przedstawić $4:6$; podobnie drugi iloraz $(6 \times 10):(15 \times 6)$ możemy przedstawić $10:15$. Zaznaczając równość tych ilorazów, mamy

$$4:6 = 10:15,$$

t. j. proporcyę. A więc: *z dwu równych iloczynów dwuczynnikowych możemy utworzyć proporcyę, biorąc czynniki jednego iloczynu za wyrazy skrajne, a czynniki pozostałego za wyrazy średnie.*

Gdybyśmy mieli np. $2 \times 6 \times 4 = 3 \times 16$, to moglibyśmy pierwszy iloczyn uważać za złożony z dwu czynników, z których jeden jest np. 2×6, tak iż moglibyśmy napisać proporcyę $(2 \times 6) : 3 = 16 : 4$. Podobnie gdy $15 = 3 \times 5$, to $15 : 3 = 5 : 1$.

PRZESTAWIANIE WYRAZÓW PROPORCYI.

60. Tworząc proporcyę z dwu równych dwuczynnikowych iloczynów

$$4 \times 15 = 6 \times 10,$$

możemy za wyrazy skrajne wziąć równie dobrze czynniki pierwszego iloczynu, jak czynniki drugiego iloczynu,

$$4 : 6 = 10 : 15, \qquad 6 : 4 = 15 : 10.$$

Zestawiając z sobą te 2 proporcye, widzimy, że (art. 55) »w proporcyi możemy odwrócić oba stosunki«.

Gdy z tychże iloczynów utworzymy dwie proporcye w ten sposób, iż w obu czynniki pierwszego iloczynu weźmiemy za wyrazy skrajne, za wyrazy zaś średnie weźmiemy wyrazy drugiego iloczynu, ale raz w porządku 6, 10, drugim razem w porządku 10, 6, to otrzymamy

$$4 : 6 = 10 : 15, \qquad 4 : 10 = 6 : 15.$$

Zestawiając z sobą te dwie proporcye, widzimy, że »w proporcyi możemy przestawić wyrazy średnie«.

Weźmy proporcyę i stosujmy wciąż naprzemian te dwie własności:

$4 : 6 = 10 : 15$; odwróćmy stosunki
$6 : 4 = 15 : 10$; przestawmy wyrazy średnie
$6 : 15 = 4 : 10$; odwróćmy stosunki
$15 : 6 = 10 : 4$; przestawmy wyrazy średnie
$15 : 10 = 6 : 4$; odwróćmy stosunki
$10 : 15 = 4 : 6$; przestawmy wyrazy średnie
$10 : 4 = 15 : 6$; odwróćmy stosunki
$4 : 10 = 6 : 15$.

Gdybyśmy jeszcze w tej ostatniej proporcyi przestawili wyrazy średnie, to otrzymalibyśmy proporcyę, z której wyszliśmy. A więc: *możemy ośmiu sposobami przestawiać wyrazy proporcyi.*

MNOŻENIE LUB DZIELENIE WYRAZÓW PROPORCYI PRZEZ TĘ SAMĄ LICZBĘ.

61. Mnożąc lub dzieląc oba wyrazy stosunku przez tę samą liczbę, nie zmieniamy jego wykładnika (art. 52). Z tego wynika, że, gdy mamy proporcyę

$$4:6=10:15,$$

to $(4\times3):(6\times3)=10:15$, czyli $12:18=10:15$;
$(4:2):(6:2)=10:15$, czyli $2:3=10:15$;
$4:6=(10\times6):(15\times6)$, czyli $4:6=60:90$;
$4:6=(10:5):(15:5)$, czyli $4:6=2:3$.

W danej proporcyi $4:6=10:15$ przestawmy wyrazy średnie, a w tak powstałej proporcyi $4:10=6:15$ pomnóżmy lub podzielmy przez tę samą liczbę czyto oba wyrazy pierwszego, czyteż drugiego stosunku, poczem znowu przestawmy wyrazy średnie:

$(4\times3):6=(10\times3):15$, czyli $12:6=30:15$;
$(4:2):6=(10:2):15$, czyli $2:6=5:15$;
$4:(6\times4)=10:(15\times4)$, czyli $4:24=10:60$;
$4:(6:2)=10:(15:2)$, czyli $4:3=10:7{,}5$.

Widzimy więc, że *w proporcyi możemy którykolwiek wyraz skrajny i którykolwiek wyraz średni albo jednocześnie pomnożyć, alboteż jednocześnie podzielić przez tę samą liczbę.*

Z tego wynika, że *wszystkie wyrazy proporcyi możemy jednocześnie albo pomnożyć, albotеż podzielić przez tę samą liczbę.*

MNOŻENIE PROPORCYJ.

62. Weźmy dwie jakiekolwiek proporcye, np.

$$10:14=15:21 \quad \text{i} \quad 12:18=6:9.$$

Według głównej własności

$$10\times21=14\times15 \quad \text{i} \quad 12\times9=18\times6.$$

Iloczyny $10\times21\times12\times9$ i $14\times15\times18\times6$, jako iloczyny liczb równych, są równe, t. j.

$$10\times21\times12\times9=14\times15\times18\times6,$$

albo $(10\times12)\times(21\times9)=(14\times18)\times(15\times6)$.

Tworząc z tych iloczynów proporcyę (art. 59)

$$(10\times12):(14\times18)=(15\times6):(21\times9)$$

i zestawiając ją z proporcyami danemi, widzimy, że możemy dwie proporcye pomnożyć przez siebie wyrazami odpowiedniemi.

Gdybyśmy, prócz dwu danych, mieli jeszczę trzecią proporcyę, np. $7:13=14:26$, to, mnożąc proporcyę, otrzymaną z pomnożenia dwu pierwszych, przez trzecią, znajdziemy, iż

$$(10\times12\times7):(14\times18\times13)=(15\times6\times14):(21\times9\times26).$$

Podobnie — gdybyśmy mieli 4 proporcye lub więcej.

Zatem ogólnie: *można dane proporcye pomnożyć przez siebie wyrazami odpowiednimi.*

ŚREDNIA GEOMETRYCZNA DWU LICZB.

63. Jeżeli w proporcyi czyto oba wyrazy skrajne, czyteż oba wyrazy średnie są tą samą liczbą, np.

$$2:8=8:32, \qquad 12:6=24:12,$$

to ta liczba nazywa się średnią geometryczną dwu liczb pozostałych; jest więc 8 średnią geometryczną liczb 2 i 32, a 12 liczb 6 i 24.

Proporcya, której wyrazy średnie są tą samą liczbą, jak np. $2:8=8:32$, nazywa się proporcyą ciągłą.

Według głównej własności proporcyi mamy

$$8\times8=2\times32, \qquad 12\times12=6\times24.$$

Iloczyn dwu równych liczb nazywamy »kwadratem« owej liczby; jest więc 8×8 kwadratem liczby 8, a 12×12 kwadratem liczby 12. Powiemy więc: *średnia geometryczna dwu liczb jest to liczba, której kwadrat jest równy iloczynowi tych liczb.*

ROZDZIAŁ PIĄTY.

WIELKOŚCI PROPORCYONALNE.

WIELKOŚĆ.

64. Wszystko to, co pod jakimkolwiek względem może być mierzone, nazywa się wielkością. Tak np. długość sznurka, ilość pieniędzy, przeciąg czasu — są to wielkości. Mierząc pewną wielkość, wyznaczamy jej stan, który zwykle nazywamy jej wartością.

Długość sznurka może być większa lub mniejsza; pieniędzy można mieć mniej lub więcej; i t. d. A więc wielkość może mieć różne wartości.

STOSUNEK DWU WARTOŚCI PEWNEJ WIELKOŚCI.

65. Gdy mamy dwie wartości tej samej wielkości, to możemy rozważać ich stosunek. Np., jeżeli na kupno jednego przedmiotu wydaliśmy 6 rs., a na kupno innego 4 rs., to może tu być mowa o stosunku zapłaconych za te przedmioty pieniędzy, t. j. o stosunku 6 rs. : 4 rs., który, jak wiemy (art. 51), zastępujemy przez stosunek liczb oderwanych 6 : 4, tak iż stosunek pieniędzy zapłaconych za te dwa przedmioty jest 6 : 4. W tym razie możemy jeszcze powiedzieć, że pierwszy przedmiot jest półtora raza droższy niż drugi.

DWIE WIELKOŚCI WPROST PROPORCYONALNE WZGLĘDEM SIEBIE.

66. Dwie wielkości mogą być takie, iż, kiedy jedna z nich się zmieni, druga wskutek tego także zmianie ulegnie. Np. ktoś kupił raz 7 *m* sukna za 30 rs., a drugim razem tegoż sukna 14 *m* za 60 rs. Mamy w tym przykładzie dwie wielkości: ilość metrów kupionego sukna i ilość zapłaconych za nie rubli. Pierwszej wielkości mamy dwie wartości: 7 *m* i 14 *m*; drugiej wielkości mamy także dwie wartości: 30 rs. i 60 rs. Wartości 7 *m* pierwszej wielkości odpowiada wartość 30 rs. wielkości drugiej; podobnie 14-u *m* odpowiada 60 rs. Zaznaczamy to w taki sposób:

7 *m* ———— 30 rs.
14 „ ———— 60 „

W tym przykładzie stosunek 7 : 14 dwu wartości pierwszej wielkości jest równy stosunkowi 30 : 60 dwu odpowiadających wartości drugiej wielkości, czyli te wielkości *zmieniają się w tym samym stosunku*. Inaczej możemy tak powiedzieć: *ile razy jest większa* ilość metrów kupionego sukna, *tyle razy jest większa* ilość zapłaconych za nie rubli. To samo wypadłoby powiedzieć, gdybyśmy kupili inną ilość metrów tego sukna.

Dwie wielkości, posiadające taką własność, nazywamy **wielkościami wprost proporcyonalnemi względem siebie.**

Wprost proporcyonalne względem siebie są: ilość robotników i należna im zapłata; ilość dni pracy robotnika i należna mu zapłata; ilość kupionego towaru i zapłacone zań pieniądze; droga przebieżona ruchem jednostajnym i czas trwania tego ruchu; objętość i ciężar wody; i t. d.

A więc: *jeżeli dwie wielkości zmieniają się jednocześnie w ten sposób, iż stosunek dwu jakichkolwiek wartości jednej z tych wielkości jest równy stosunkowi dwu wartości odpowiadających pozostałej wielkości, to są one wprost proporcyonalne względem siebie.*

DWIE WIELKOŚCI ODWROTNIE PROPORCYONALNE WZGLĘDEM SIEBIE.

67. Pewną robotę miało wykonać 18-u robotników w ciągu 6-u dni; stawiło się jednak do tej roboty tylko 12-u robotników i wykonało ją w ciągu 9-u dni. Mamy tu dwie wielkości: ilość robotników i ilość dni ich pracy, potrzebnych na wykonanie pewnej roboty. Pierwszej wielkości mamy dwie wartości: 18-tu robotników i 12-u robotników; drugiej wielkości mamy także dwie wartości: 6 dni i 9 dni. Wartości 18-u robotników pierwszej wielkości odpowiada wartość 6-u dni wielkości drugiej, i podobnie — 12-u robotnikom odpowiada 9 dni; zaznaczamy to w taki sposób:

18 rob. ———— 6 d.
12 „ ———— 9 „

W tym przykładzie stosunek 18:12 dwu wartości pierwszej wielkości nie jest równy stosunkowi 6:9 dwu odpowiadających wartości wielkości drugiej, lecz jest równy stosunkowi odwrotnemu (art. 55) owych wartości, t. j. stosunkowi 9:6, czyli te wielkości *zmieniają się w stosunku odwrotnym.* Inaczej możemy tak powiedzieć: *ile razy jest mniejsza* ilość robotników, *tyle razy jest większa* ilość dni ich pracy. To samo wypadłoby powiedzieć, gdyby inna ilość robotników miała ową robotę wykonać.

Dwie wielkości, taką posiadające własność, nazywamy wielkościami odwrotnie proporcyonalnemi względem siebie.

Odwrotnie proporcyonalnemi względem siebie są: długość i szerokość obicia, potrzebnego na wyklejenie pewnej ściany; obwód koła i ilość jego obrotów na oznaczonej drodze; ilość żołnierzy i ilość dni, na które dla nich ma starczyć przygotowany zapas żywności; prędkość biegu pociągu między dwiema stacyami i czas na tę drogę zużyty; i t. d.

A więc: *jeżeli dwie wielkości zmieniają się jednocześnie w ten sposób, iż stosunek dwu jakichkolwiek wartości jednej z tych wielkości jest równy odwrotnemu stosunkowi dwu wartości odpowiada-*

jących pozostałej wielkości, to są one odwrotnie proporcyonalne względem siebie.

ROZDZIAŁ SZÓSTY.

REGUŁA TRZECH.

OKREŚLENIE ZADANIA NA REGUŁĘ TRZECH.

68. Gdyby jedna z liczb, które szczegółowo omawialiśmy w art. 66-ym i 67-ym, była niewiadoma, to mielibyśmy odpowiednio zadania:

A) »Za 7 *m* sukna zapłacono 30 rs.; ile wypadnie zapłacić za 14 *m*?« — Jeżeli niewiadomą ilość rubli, które wypadnie zapłacić za 14 *m*, nazwiemy *x*, to zadanie możemy napisać tak:

7 *m* ———— 30 rs.
14 „ ———— *x* „

W tem zadaniu mamy dwie wielkości: ilość metrów sukna i ilość zapłaconych za nie rubli. Zważmy, że wogóle, *ile razy więcej* kupujemy sukna, to *tyleż razy więcej* wypadnie za nie zapłacić. A więc te dwie wielkości są względem siebie *wprost proporcyonalne.* Tych wielkości wprost proporcyonalnych względem siebie mamy dane: jedną parę odpowiadających sobie wartości, t. j. 7 *m* i 30 rs., oraz drugą wartość jednej z tych wielkości (ilości metrów), t. j. 14 *m*, a szukamy odpowiadającej 14-u *m* wartości drugiej wielkości (ilości rubli).

B) »18-u robotników może wykonać pewną pracę w ciągu 6-u dni; ilu dni potrzebować będzie 12-u robotników na wykonanie tej pracy?« — Niewiadomą ilość potrzebnych dni pracy nazwawszy *x*, możemy zadanie napisać tak:

18 rob. ———— 6 d.
12 „ ———— *x* „

Do tego zadania wchodzą dwie wielkości: ilość robotników i ilość dni potrzebnych do wykonania pewnej pracy. Zważmy, że wogóle, *ile razy mniejsza* jest ilość robotników, to *tyleż razy więcej* dni potrzebują oni pracować, aby wykonać pewną pracę. A więc te dwie wielkości są względem siebie *odwrotnie proporcyonalne.* Tych

wielkości odwrotnie proporcyonalnych względem siebie mamy dane: jedną parę odpowiadających sobie wartości, t. j. 18-u robotników i 6 dni, oraz drugą wartość jednej z tych wielkości (ilości robotników), t. j. 12-u robotników, a szukamy odpowiadającej 12-u robotnikom wartości drugiej wielkości (ilości dni).

Takiego rodzaju zadanie, jak oba powyższe, nazywa się zadaniem na regułę trzech.

A więc: *zadanie na regułę trzech jest to zadanie, w którem, mając dane jedną parę odpowiadających sobie wartości dwu wielkości, wprost lub odwrotnie względem siebie proporcyonalnych, oraz drugą wartość jednej z tych wielkości, mamy znaleźć odpowiadającą jej wartość drugiej wielkości.*

Zbiór wskazówek i objaśnień przy rozwiązywaniu takich zadań stanowi regułę trzech.

ROZWIĄZYWANIE ZAPOMOCĄ PROPORCYI.

69. A) »Za 7 *m* sukna zapłacono 30 rs.; ile wypadnie zapłacić za 14 *m*?« — Niewiadomą ilość rubli nazwawszy x, mamy zadanie:

7 *m* ———— 30 rs.
14 „ ———— x „

Ile razy więcej kupujemy metrów sukna, *tyle razy więcej* rubli wypadnie za nie zapłacić; a więc stosunek ilości kupionych metrów sukna jest równy stosunkowi należnych za nie ilości rubli, t. j.

$$x : 30 = 14 : 7,$$

skąd (art. 58) $$x = \frac{30 \times 14}{7} = 30 \times 2 = 60.$$

Odp. Za 14 *m* wypadnie zapłacić 60 rs.

B) »18-u robotników może wykonać pewną pracę w ciągu 6-u dni; ilu dni potrzebować będzie 12-u robotników na wykonanie tej pracy?« — Niewiadomą ilość dni nazwawszy x, mamy zadanie:

18 rob. ———— 6 d.
12 „ ———— x „

Ile razy mniejsza jest ilość robotników, *tyle razy większa* jest ilość dni, potrzebnych na wykonanie pewnej pracy; a więc stosunek ilości robotników jest równy odwrotnemu stosunkowi ilości dni, t. j.

$$x : 6 = 18 : 12,$$

skąd $$x = \frac{6 \times 18}{12} = 9.$$
Odp. 12-u robotników wykona tę pracę w ciągu 9-u dni.

ROZWIĄZYWANIE ZAPOMOCĄ SPROWADZANIA DO JEDNOSTKI.

70. A) »Za 7 *m* sukna zapłacono 30 rs.; ile wypadnie zapłacić za 14 *m*?« — Jeżeli za 7 *m* zapłacono 30 rs., to za 1 *m* wypadnie zapłacić rubli 7 razy mniej, t. j. (art. 14) $\frac{30}{7}$ rs. Jeżeli za 1 *m* należy się $\frac{30}{7}$ rs., to za 14 *m* wypadnie zapłacić rubli 14 razy więcej, t. j. $\frac{30}{7}$ rs. $\times 14 = \frac{30 \times 14}{7}$ rs. $= 60$ rs. Piśmiennie ten rachunek tak przedstawimy:

7 *m* ———————— 30 rs.
1 „ ———————— $\frac{30}{7}$ „
14 „ ———————— $\frac{30 \times 14}{7}$ rs. $= 60$ rs.

Odp. Za 14 *m* wypadnie zapłacić 60 rs.

B) »18-u robotników może wykonać pewną pracę w ciągu 6-u dni; ilu dni potrzebować będzie 12-u robotników na wykonanie tej pracy?« — Jeżeli 18-u robotników potrzebuje 6-u dni, to 1 robotnik potrzebowałby dni 18 razy więcej, t. j. 6 d. $\times 18$. Jeżeli jeden robotnik potrzebowałby dni 6×18, to 12-u robotników potrzebować będzie dni 12 razy mniej, t. j. $\frac{6 \times 18}{12}$ d. $= 9$ d. Piśmiennie ten rachunek tak przedstawiamy:

18 rob. ———————— 6 d.
1 „ ———————— 6 d. $\times 18$
12 „ ———————— $\frac{6 \times 18}{12}$ d. $= 9$ d.

Odp. 12-u robotników wykona tę pracę w ciągu 9-u dni.

Taki sposób rozwiązywania zadań, w którym przechodzimy przez wartość równą jednostce, nazywa się rozwiązywaniem zapomocą sprowadzania do jednostki.

PRAKTYKA WŁOSKA.

71. Niektóre zadania na regułę trzech, osobliwie te, w których idzie o obliczenie wartości przedmiotu, często bywają dogodnie rozwiązywane zapomocą metody rozkładowej, zwanej powszechnie praktyką włoską. Objaśnimy to postępowanie na przykładzie.

»Za 16 *m* płótna zapłacono 28 rs.; ile zapłacić należy za 51 *m* tego płótna?« — Z tego, iż wiemy, ile zapłacono za 16 *m*, znajdziemy, ile należy zapłacić za 32 *m* (mnożąc 28 rs. przez 2), jakoteż, ile należy zapłacić za 2 *m* (dzieląc 28 rs. przez 8), a z tego, co kosztują 2 *m*, łatwo wniesiemy, ile kosztuje 1 *m*. Dodawszy zaś te liczby, wiedzieć będziemy, ile kosztuje $16m+32m+2m+1m=51m$, a o to nam idzie.

16 *m*	———————	28 rs.
32 „	——— (28 rs. × 2) . . .	56 „
2 „	——— (28 rs. : 8) . . .	3,5 rs.
1 „	——— (3,5 rs. : 2) . . .	1,75 rs.
51 *m*	———————	89,25 rs.

Odp. Za 51 *m* tego płótna należy zapłacić 89 rs. 25 kop.

ROZDZIAŁ SIÓDMY.

REGUŁA PROCENTU.

OKREŚLENIE ZADANIA NA REGUŁĘ PROCENTU.

72. W niektórych zadaniach na regułę trzech jedna z wartości, czyto dana, czyteż wprowadzana podczas rozwiązywania zadania, bywa stale, według zwyczaju powszechnego, wyrażana jako 100 jednostek. Np.

»W jednej bitwie brało udział 35 200 żołnierzy, a poległych i rannych było 2816; w drugiej brało udział 48 000, a poległych i rannych było 3120. Która z tych bitw była krwawsza?« — Aby dać odpowiedź, obliczymy, ilu w każdej z tych dwu walk na 100-u żołnierzy wypadało poległych i rannych.

35 200 ——— 2816
100 ——— x

$$x=\frac{2816\times100}{35200}=8,$$

48 000 ——— 3120
100 ——— x

$$x=\frac{3120\times100}{48000}=6,5.$$

Chociaż więc w pierwszej bitwie mniej było wszystkich poległych i rannych, to jednak było ich 8-u na każdych 100-u żołnierzy, gdy w drugiej na każdych 100-u żołnierzy było poległych i rannych 6,5; pierwsza więc bitwa była krwawsza.

W podobny sposób w wielu zadaniach, np. przy obliczaniu stosunkowej śmiertelności w dwu miastach, przy obliczaniu ze-

schnięcia zboża w śpichlerzu, przy obliczaniu ilości papieru zepsutego podczas druku, przy obliczaniu stosunku rozpowszechnienia umiejętności czytania i pisania pośród mężczyzn i kobiet w jakiemś mieście, przy obliczaniu ilości dobrych uczniów w szkole, i t. d. — zwykle wprowadza się do rachunku liczbę 100. Najczęściej występuje ona przy różnych obrotach pieniężnych i handlowych. Wszystkie takie zadania nazywamy (od »pro« i »centum«) zadaniami na regułę procentu.

A więc: *zadanie, w którem jedna z wartości danych, lub wartość, wprowadzana podczas rachunku, bywa, zgodnie ze zwyczajem, wyrażana jako 100 jednostek, jest zadaniem na regułę procentu.*

Zbiór objaśnień i wskazówek przy rozwiązywaniu takich zadań stanowi regułę procentu.

Zajmiemy się głównie takiemi z tego rodzaju zadań, które się odnoszą do obrotów pieniężnych.

OBROTY PIENIĘŻNE BEZ UWZGLĘDNIENIA CZASU.

73. Weźmiemy naprzód na uwagę zadania, w których się nie uwzględnia czasu, w ciągu jakiego obrót pieniężny bywa dokonywany.

Do takiego zadania wchodzą cztery liczby:

kapitał pewien,

100 jednostek kapitału,

procent, t. j. dochód, zarobek, strata i t. p. na 100-u jednostkach kapitału, i

odsetki, t. j. kwota pieniężna, której stosunek do procentu jest równy stosunkowi kapitału do 100-u jego jednostek.

Z tego pojęcia odsetek wynika, że procent jest szczególną wartością odsetek, odpowiadającą 100-u jednostkom kapitału, a nadto, że *kapitał i odsetki są wielkościami wprost proporcyonalnemi względem siebie.*

Zwykle, jeżeli np. mamy napisać 5 procent, czyli 5 od sta to piszemy 5%.

74. Z powyżej wyliczonych czterech liczb jedna, t. j. 100 jednostek kapitału, jest stała. Mogą więc w zadaniach być niewiadome albo odsetki, albo procent, alboteż kapitał.

A) »Kupiec kupił towaru za 840 rs., a sprzedając, miał zarobku 15%; ile na tym towarze zarobił?«

100 rs. ——— 15 rs.
840 „ ——— x „

$x : 15 = 840 : 100$

$x = 15 \times 8{,}4 = 126.$ Odp. 126 rs.

Albo:

100 rs. ——— 15 rs.
1 „ ——— 0,15 rs.
840 „ ——— 0,15 rs.×840 = 126 rs.

Albo:

100 rs. ——— 15 rs.
700 „ ——— 105 „
10 „ ——— 1,5 „
30 „ ——— 4,5 „
840 rs. ——— 126 rs.

Albo też:

Od 840 rs. 1% ——— 8,4 rs.
10% ——— 84 rs.
5% ——— 42 „
15% ——— 126 rs.

B) »Kupiec na towarze, za który zapłacił 840 rs., zarobił 126 rs.; jaki ten zarobek przedstawia procent od kapitału, wyłożonego na kupno owego towaru?«

840 rs. ——— 126 rs.
100 „ ——— x „

$x : 126 = 100 : 840$

$x = \frac{126 \times 100}{840} = 15.$ Odp. 15%.

Albo:

840 rs. ——— 126 rs.
1 „ ——— $\frac{126}{840}$ „
100 „ ——— $\frac{126}{840}$ rs.×100 = 15 rs.

C) »Kupiec na sprzedaży pewnego towaru zarobił 126 rs., które przedstawiają zarobku 15%; ile za ten towar zapłacił?«

15 rs. ——— 100 rs.
126 „ ——— x „

$x : 100 = 126 : 15$

$x = \frac{100 \times 126}{15} = 840.$ Odp. 840 rs.

Albo:

15 rs. ——————— 100 rs.
1 „ ——————— $\frac{100}{15}$ „
126 „ ——————— $\frac{100}{15}$ rs. $\times 126 = 840$ rs.

Alboteż:

15 rs. ——————— 100 rs.
120 rs. ——————— 800 rs.
3 „ ——————— 20 „
3 „ ——————— 20 „
126 rs. ——————— 840 rs.

75. Niekiedy w zadaniach występuje suma pieniężna, przedstawiająca albo kapitał wraz z odsetkami, alboteż kapitał po potrąceniu z niego odsetek. W takich zadaniach mogą być niewiadome albo odsetki, albo procent, albo owa suma, alboteż sam kapitał.

I. (Kapitał wraz z odsetkami.)

A) »Kupiec, sprzedając towar za 966 rs., miał zarobku 15%; ile na tym towarze zarobił?« — Tu suma 966 rs. przedstawia kapitał, wyłożony na kupno towaru, wraz z zarobkiem osiągniętym przy sprzedaży; a więc tej sumy drugą wartością nie będzie 100 rs., lecz 100 rs. + 15 rs. = 115 rs. Mamy więc tu zadanie:

115 rs. ——————— 15 rs.
966 „ ——————— x „

Suma, przedstawiająca kapitał wraz z odsetkami, jest wprost proporcyonalna względem odsetek; a więc

$$x : 15 = 966 : 115$$

$$x = \frac{15 \times 966}{115} = 126. \qquad \text{Odp. 126 rs.}$$

Albo:

115 rs. ——————— 15 rs.
1 „ ——————— $\frac{15}{115}$ rs.
966 „ ——————— $\frac{15}{115}$ rs. $\times 966 = 126$ rs.

B) »Kupiec na towarze, który sprzedał za 966 rs., zarobił 126 rs.; jaki ten zarobek przedstawia procent od kapitału, wyłożonego na kupno owego towaru?« — Wyłożony kapitał jest 966 rs. — 126 rs. = 840 rs. Zadanie przeto sprowadza się do

840 rs. ——————— 126 rs.
100 „ ——————— x „

które rozważaliśmy w art. 74-ym pod B).

C) »Kupiec na sprzedaży pewnego towaru zarobił 126 rs., które przedstawiają zarobek 15%; za ile towar ten sprzedał?«

15 rs. ——— 115 rs.
126 „ ——— x „

$$x : 115 = 126 : 15$$

$$x = \frac{115 \times 126}{15} = 966.$$ Odp. Za 966 rs.

Albo:

15 rs. ——— 115 rs.
1 „ ——— $\frac{115}{15}$ „
126 „ ——— $\frac{115}{15}$ rs. $\times 126 = 966$ rs.

Albo:

15 rs. ——— 115 rs.
120 rs. ——— 920 rs.
3 „ ——— 23 „
3 „ ——— 23 „
126 rs. ——— 966 rs.

D) »Kupiec na towarze, który sprzedał za 966 rs., zarobił 15%; za ile towar ten kupił?« — Moglibyśmy, rozwiązawszy zadanie pod A), odjąć następnie 126 rs. od 966 rs. Możemy jednak wprost nasze zadanie rozwiązać. Zważmy, że chcemy się dowiedzieć, za ile kupiec ten towar nabył. A więc sumie 100 rs. + 15 rs. odpowie 100 rs., tak iż mieć tu będziemy zadanie:

115 rs. ——— 100 rs.
966 „ ——— x „

Suma, przedstawiająca kapitał wraz z odsetkami, jest wprost proporcyonalna względem kapitału; a zatem

$$x : 100 = 966 : 115$$

$$x = \frac{100 \times 966}{115} = 840.$$ Odp. Za 840 rs.

Albo:

115 rs. ——— 100 rs.
1 „ ——— $\frac{100}{115}$ „
966 „ ——— $\frac{100}{115}$ rs. $\times 966 = 840$ rs.

II. (Kapitał po potrąceniu z niego odsetkk.)

A) »Kupiec, sprzedając towar za 714 rs., poniósł straty 15%; ile na tym towarze stracił?« — Tu kwota 714 rs. przedstawia kapitał, wyłożony na kupno towaru, po potrąceniu z niego straty poniesionej; a więc tej kwoty drugą wartość przedstawia różnica 100 rs. — 15 rs. = 85 rs. Mamy więc tu zadanie:

85 rs. ———— 15 rs.
714 „ ———— x „

Suma, przedstawiająca kapitał po potrąceniu z niego odsetek, jest wprost proporcyonalna względem odsetek; a więc

$$x : 15 = 714 : 85$$

$$x = \frac{15 \times 714}{85} = 126. \qquad \text{Odp. 126 rs.}$$

Albo:

85 rs. ———— 15 rs.
1 „ ———— $\frac{15}{85}$ „
714 „ ———— $\frac{15}{85}$ rs. $\times 714 = 126$ rs.

B) »Kupiec na towarze, który sprzedał za 714 rs., stracił 126 rs.; jaki ta strata przedstawia procent od kapitału, wyłożonego na kupno owego towaru?« — Wyłożony na kupno kapitał jest 714 rs. + 126 rs. = 840 rs. Zadanie przeto sprowadza się do zadania:

840 rs. ———— 126 rs.
100 „ ———— x „

które rozważaliśmy w art. 74-ym pod B.)

C) »Kupiec na sprzedaży pewnego towaru stracił 126 rs., które przedstawiają 15% straty; za ile towar ten sprzedał?«

15 rs. ———— 85 rs.
126 „ ———— x „

$$x : 85 = 126 : 15$$

$$x = \frac{85 \times 126}{15} = 714. \qquad \text{Odp. Za 714 rs.}$$

Albo:

15 rs. ———— 85 rs.
1 „ ———— $\frac{85}{15}$ „
126 „ ———— $\frac{85}{15}$ rs. $\times 126 = 714$ rs.

Albo:

15 rs. ———— 85 rs.
120 rs. ———— 680 rs.
3 „ ———— 17 „
3 „ ———— 17 „
126 rs. ———— 714 rs.

D) »Kupiec na towarze, który sprzedał za 714 rs., stracił 15%; za ile kupił ten towar?« — Moglibyśmy, rozwiązawszy zadanie pod A), dodać następnie 126 rs. do 714 rs. Możemy jednak wprost nasze zadanie rozwiązać. Zważmy, że chcemy się dowiedzieć, za

ile kupiec towar ten nabył. A więc 100 rs. — 15 rs. odpowie 100 rs., tak iż mieć tu będziemy zadanie:

85 rs. ———— 100 rs.
714 „ ———— x „

Suma, przedstawiająca kapitał po potrąceniu z niego odsetek, jest wprost proporcyonalna względem kapitału; a więc

$$x : 100 = 714 : 85$$

$$x = \frac{100 \times 714}{85} = 840.$$ Odp. Za 840 rs.

Albo:

85 rs. ———— 100 rs.
1 „ ———— $\frac{100}{85}$ rs.
714 „ ———— $\frac{100}{85}$ rs. $\times 714 = 840$ rs.

76. Rozwiążmy jeszcze następujące zadanie złożone:

»Jaką cenę powinien oznaczyć kupiec hurtowy za 1 *kg* towaru, jeżeli płacił 4 rs. za 1 *kg*, a chce zarobić na nim 20% od ceny kosztu i dać kupcom detalicznym ustępstwa (rabatu) 20% od ceny, osiąganej przez nich przy sprzedaży?« — Rozwiązać tu wypadnie kolejno dwa zadania:

1) 100 kop. ———— 120 kop.
400 „ ———— x „
$x = 480$

2) 80 kop. ———— 100 kop.
480 „ ———— x „
$x = 600$.

Odp. Powinien oznaczyć cenę za kilogram 6 rs.

77. W niektórych zadaniach odsetki zależą wprawdzie od przeciągu czasu, za jaki są liczone, ale przeciąg czasu pozostaje ten sam, nie zmienia się. Oczywiście takie zadania można uważać za należące do zadań powyżej rozważanych. Np.

»Ktoś kupił dom za 65 000 rs.; po roku obliczył, iż miał z tego domu dochodu czystego 4062,5 rs.; jaki ma z tego domu roczny procent od wyłożonego kapitału?«

65 000 rs. ———— 4062,5 rs.
100 „ ———— x „

Zadanie więc to jest tego rodzaju, co zadanie pod B) w art. 74-ym. Znajdziemy tu $x = 6\frac{1}{4}$. Odp. $6\frac{1}{4}$%.

ZWYKŁE OBROTY PIENIĘŻNE Z UWZGLĘDNIENIEM CZASU.

78. Jeżeli w zadaniach na obroty pieniężne uwzględnia się przeciąg czasu, w ciągu którego dokonywa się owego obrotu sumą pieniężną, to przyjmuje się za podstawę obrachunku dochód od 100-u jednostek kapitału za przeciąg 1-go roku i nazywa się go

stopą procentu. A zatem stopa procentu oznacza to samo, co »procent« za przeciąg 1-go roku, albo co »odsetki« od 100-u jednostek za przeciąg jednego roku. Na oznaczenie stopy procentu używa się również znaku $^0/_0$, tak iż np. $5^0/_0$ będzie oznaczało w takiem zadaniu »5 jednostek dochodu od 100-u jednostek kapitału za 1 rok«.

Jeżeli w takiem zadaniu potrzeba uwzględnić w rachunku dnie, to przyjmuje się, że każdy miesiąc ma dni 30, a temsamem, że rok ma dni 360.

Zadania takie rozwiązujemy zwykle zapomocą sprowadzania do jednostki.

79. Do zadania wchodzą: stopa procentu, kapitał, ilość lat i odsetki.

A) »Ile przyniosą w ciągu 5-u lat 4560 rs., umieszczone po $7^0/_0$?« — Tu $7^0/_0$ oznacza, iż 100 rubli w ciągu jednego roku przynosi 7 rubli; możemy zatem to zadanie tak wypisać:

100 rs. ———	1 r. ———	7 rs.
4560 „ ———	5 l. ———	x „

Zauważmy, że mamy tu trzy wielkości: kapitał, ilość lat i odsetki; każdej wielkości mamy dwie wartości, mianowicie kapitału: 100 rs. i 4560 rs., ilości lat: 1 r. i 5 l., odsetek 7 rs. i szukaną ich wartość, odpowiadającą kapitałowi 4560 rs. i 5-u latom.

Aby to zadanie rozwiązać, znajdziemy naprzód, ile przynosi 1 rs. w ciągu 1-go roku, z czego następnie łatwo wniesiemy, jakie są odsetki od danego kapitału za daną ilość lat.

100 rs. ———	1 r. ———	7 rs.
1 „ ———	1 „ ———	$\frac{7}{100}$ rs.
1 „ ———	5 l. ———	$\frac{7\times5}{100}$ rs.
4560 „ ———	5 „ ———	$\frac{7\times5\times4560}{100}$ rs. $=$ 1596 rs.

Odp. 1596 rs.

Z tego widzimy, że odsetki otrzymamy, biorąc setną część iloczynu stopy procentu przez ilość lat i przez kapitał. Jeżeli odsetki oznaczymy ogólnie literą o, stopę procentu literą s, ilość lat literą l, a kapitał literą k, to będziemy mogli napisać

$$o=\frac{s\,.\,l\,.\,k}{100}$$

Rozwiążmy zadanie powyższe, stosując praktykę włoską (art. 71):

100 rs.	1 r.	7 rs.
"	4 l.	28 "
"	5 l.	35 "
400 "	"	140 "
4000 "	"	1400 "
40 "	"	14 "
20 "	"	7 "
4560 rs.	"	1596 rs.

Gdyby w zadaniu powyższem przeciąg czasu był nie 5 lat, ale np. 5 lat + 3 miesiące + 18 dni, czyli (art. 78) 5 lat + 108 dni, to wyrazilibyśmy ilość dni jako ułamek roku i otrzymawszy lat $5\frac{108}{360}=5{,}3$, liczbę tę wprowadzilibyśmy do rachunku.

B) »Na jaką stopę umieszczono 4560 rs., które w ciągu 5-u lat przyniosły 1596 rs.?«

4560 rs.	5 l.	1596 rs.
100 "	1 r.	x "
4560 rs.	5 l.	1596 rs.
1 "	5 "	$\frac{1596}{4560}$ rs.
1 "	1 r.	$\frac{1596}{4560\times5}$ rs
100 "	1 "	$\frac{1596\times100}{4560\times5}$ rs. = 7 rs.

Odp. Na 7%.

Z tego widzimy, że stopę procentu otrzymamy, dzieląc 100 razy wzięte odsetki przez iloczyn kapitału i ilości lat, t. j.

$$s=\frac{o.100}{k.l}$$

C) »Jaki kapitał, umieszczony po 7%, przyniósł w ciągu 5-u lat 1596 rs.?«

1 r.	7 rs.	100 rs.
5 l.	1596 "	x "
1 r.	7 rs.	100 rs.
1 "	1 "	$\frac{100}{7}$ "
1 "	1596 "	$\frac{100\times1596}{7}$ rs.
5 l.	1596 "	$\frac{100\times1596}{7\times5}$ rs = 4560 rs.

Odp. 4560 rs.

Tu rozumowanie jest takie. Jeżeli w ciągu 1-go roku jest 7 rs. odsetek od kapitału 100-u rs., to w ciągu 1-go roku jest 1 rs. odsetek od 7 razy mniejszego kapitału, t. j. od $\frac{100}{7}$ rs. Jeżeli w ciągu 1-go roku jest 1 rs. odsetek od kapitału $\frac{100}{7}$ rs., to w ciągu

1-go roku jest odsetek 1596 rs. od kapitału 1596 razy większego, t. j. od $\frac{100\times1596}{7}$ rs. Jeżeli w ciągu 1-go roku jest 1596 rs. odsetek od kapitału $\frac{100\times1596}{7}$ rs., to w ciągu 5-u lat jest 1596 rs. odsetek od kapitału 5 razy mniejszego, t. j. od $\frac{100\times1596}{7\times5}$ rs.

Z tego widzimy, że kapitał otrzymamy, dzieląc iloczyn 100-u jednostek kapitału i odsetek przez iloczyn stopy procentu i ilości lat, t. j.

$$k=\frac{100\,.\,o}{s\,.\,l}$$

D) »W ciągu ilu lat 4560 rs., umieszczone po 7%, przyniesie 1596 rs.?«

100 rs.	7 rs.	1 r.
4560 „	1596 „	x l.
100 rs.	7 rs.	1 r.
1 „	7 „	100 l.
1 „	1 „	$\frac{100}{7}$ r.
4560 „	1 „	$\frac{100}{7\times4560}$ r.
4560 „	1596 „	$\frac{100\times1596}{7\times4560}$ l. = 5 l.

Odp. W ciągu 5-u lat.

Tu: kiedy kapitał 100 rs. przynosi 7 rs. odsetek w ciągu 1 roku, to kapitał 1 rs. przyniesie 7 rs. odsetek w ciągu czasu 100 razy większego, t. j. w ciągu 100-u lat, i t. d.

Z tego widzimy, że ilość lat otrzymamy, dzieląc iloczyn 100-u jednostek kapitału i odsetek przez iloczyn stopy procentu i kapitału, t. j.

$$l=\frac{100\,.\,o}{s\,.\,k}$$

Wypisaliśmy powyżej cztery »wzory« (formuły), w które ujęliśmy poprzedzające je wyrażenia słowne, określające sposób otrzymania odpowiednio odsetek, stopy procentu, kapitału i ilości lat. Z każdego z owych wyrażeń wynika, iż *100 razy wzięte odsetki są równe iloczynowi stopy procentu przez kapitał i przez ilość lat*, t. j.

$$o\,.\,100=s\,.\,k\,.\,l.$$

Dość jest pamiętać ten jeden wzór; podstawiając weń liczby dane w zadaniu, łatwo już z niego można znaleźć odpowiedź. Np. (zadanie ostatnie), kładąc $o=1596$, $s=7$ i $k=4560$, mieć będziemy

$1596 \times 100 = 7 \times 4560 \times l$, skąd, na mocy określenia dzielenia, otrzymamy $l = \frac{1596 \times 100}{7 \times 4560} = 5$, t. j. 5 lat.

80. Rozważmy teraz zadania, do których wchodzi suma, przedstawiająca czyto kapitał wraz z odsetkami, czyteż kapitał po potrąceniu z niego odsetek.

1) »Jaki kapitał, umieszczony po 7%, przedstawi po 5-u latach wraz z odsetkami sumę 6156 rs.?« — Aby to zadanie rozwiązać, przekształcimy je na takie, w któremby odsetki były liczone za jednakowy przeciąg czasu. W tym celu obliczymy naprzód, jaką sumę przedstawi 100 rs., umieszczone na 7%, po 5-u latach wskutek dołączenia do nich odsetek. Od 100-u rs. za

1 r. ———— 7 rs.,
5 l. ———— 35 „
100 rs. + 35 rs. = 135 rs.

Teraz już możemy rozwiązać zadanie.

135 rs. ———— 100 rs.
6156 „ ———— x „

135 rs. ———— 100 rs.
1 „ ———— $\frac{100}{135}$ rs.
6156 „ ———— $\frac{100 \times 6156}{135}$ rs. = 4560 rs.

Odp. 4560 rs.

2) »Jaki kapitał, umieszczony po 6%, przedstawi po 105-u dniach wraz z odsetkami sumę 2580 rs.?«

360 d. ———— 6 rs.
1 „ ———— $\frac{6}{360}$ rs.
105 „ ———— $\frac{6 \times 105}{360}$ rs. = 1,75 rs.;
100 rs. + 1,75 rs. = 101,75 rs.

101,75 rs. ———— 100 rs.
2580 „ ———— x „

101,75 rs. ———— 100 rs.
1 „ ———— $\frac{100}{101,75}$ rs.
2580 „ ———— $\frac{100 \times 2580}{101,75}$ rs. = 2535,63 rs.

Odp. 2535,63 rs.

3) »Ktoś kupił las; po upływie 2-u lat i 8-u miesięcy sprzedał go za 23 000 rs., przyczem poniósł stratę na tym interesie w stosunku 3% rocznie; za ile kupił był ów las?« — Obliczymy

naprzód, jaką sumę przedstawi 100 rs. po potrąceniu z nich odsetek po 3% za $2\frac{2}{3}$ roku,

1 r. ——— 3 rs.
$\frac{8}{3}$ „ ——— 8 „
100 rs — 8 rs. = 92 rs.

A więc 92 rs. ——— 100 rs.
23 000 „ ——— x „

92 rs. ——— 100 rs.
1 „ ——— $\frac{100}{92}$ „
23 000 „ ——— $\frac{100 \times 23000}{92}$ rs. = 25 000 rs.

Odp. Za 25 000 rs.

DYSKONT.

81. Szczególne obroty pieniężne z uwzględnieniem czasu przedstawiają zobowiązania kupców i przemysłowców na krótki przeciąg czasu, wynikające z właściwych ich zawodowi interesów. Takiego rodzaju zobowiązanie piśmienne wystawiane bywa zgodnie z odpowiednimi przepisami prawnymi i nazywa się wekslem. Według tych samych zasad, co weksle, regulują się także zwykłe krótkoterminowe rachunki kupców i przemysłowców, wynikające z ich zawodu, choćby weksle nie były wystawione.

Objaśnimy takiego rodzaju obrót pieniężny na przykładzie.

Józef, kupiec hurtowy, sprzedał znaczniejszą ilość towaru Piotrowi, kupcowi detalicznemu; część należności otrzymał zaraz gotówką, a jako resztę otrzymał od Piotra weksel, którym tenże w dniu 10-ym stycznia zobowiązał się za 6 miesięcy zapłacić Józefowi 2580 rs. Józef, potrzebując pieniędzy, w dniu 25-ym marca odstępuje kapitaliście Karolowi weksel Piotra. Karol odbierze od Piotra pieniądze we właściwym czasie, a za to, iż wcześniej wypłaci je Józefowi, zgodził się z nim, że, wypłacając, potrąci sobie kwotę w stosunku 6% rocznie. Zadanie więc tak się przedstawi:

»Ile należy zapłacić za weksel, wystawiony w dniu 10-ym stycznia na 6 miesięcy na sumę 2580 rs., nabywając go po 6% w dniu 25-ym marca?«

Należy naprzód obliczyć, za ile dni ma Karol pobrać odsetki. Ponieważ weksel był wystawiony w dniu 10-ym stycznia na 6 miesięcy, przeto jego »termin« jest 10-y lipca. Z dwu »dat«,

jednej dnia nabycia weksla (25 marca), drugiej terminu weksla (10 lipca), pierwszej się nie wlicza, a drugą uważa się za całą dobę. Pierwsza więc doba jest 26-y marca, ostatnia 10-y lipca. W Rosyi przy takich obrachunkach przyjmuje się, iż rok ma dni 360, a każdy miesiąc, nie wyłączając miesiąca, w którym się weksel nabywa, dni 30. Karol więc ma pobrać odsetki za dni:

5 (w marcu)
30 (kwietnia)
30 (maja)
30 (czerwca)
10 (w lipcu)

Karol ma pobrać odsetki za 105 dni.

Od 100 rs. za 360 d. ———— 6 rs.
1 „ ———— $\frac{1}{60}$ rs.
105 „ ———— 1,75 rs.

Tę kwotę 1,75 rs. Karol potrąca z każdych 100 rs., mających mu przypaść (od Piotra) na mocy weksla, t. j. za każde 100 rs., przypadające mu na mocy weksla (od Piotra), zapłaci (Józefowi) 100 rs. — 1,75 rs. = 98,25 rs. A więc

100 rs. ———— 98,25 rs.
2580 „ ———— x „

100 rs. ———— 98,25 rs.
1 „ ———— 0,9825 rs.
2580 „ ———— 2534,85 rs.

Odp. 2534,85 rs.

Potrącił sobie Karol kwotę 45,15 rs. Ta kwota, potrącona z sumy, wypisanej na wekslu, nazywa się d y s k o n t e m weksla.

A więc dyskont przedstawia odsetki, według umówionej stopy procentu, od sumy, wystawionej na wekslu, za przeciąg czasu od chwili nabycia weksla do jego terminu.

Odtrącanie owej kwoty z sumy, wystawionej na wekslu, nazywa się »dyskontowaniem« weksla.

Zauważmy, że w powyższem zadaniu Karol pobrał odsetki, obliczone nie od tej sumy, którą za weksel Józefowi zapłacił, lecz od sumy większej, którą odbierze od Piotra. Taki jednak jest zwyczaj powszechny, ustalony przepisami prawnymi dla podobnych obrotów pieniężnych między handlującymi i przemysłowcami.

Gdyby obliczenie było dokonane tak, jak przy zwykłym obrocie pieniężnym, to (porównaj w art. 80-ym zadanie 2-gie) za sumę 2560 rs., płatną po 105-u dniach, należałoby w chwili nabycia jej zapłacić 2535,63 rs., a więc więcej, niż 2534,85 rs., które Karol za weksel zapłacił. Różnica byłaby 0,78 rs.

Przy dyskontowaniu weksla za większy przeciąg czasu różnica mogłaby być stosunkowo znaczna. Ale weksle są zazwyczaj krótkoterminowe i np. banki nie dyskontują weksla, jeżeli do terminu, w którym ten weksel jest płatny, ma upłynąć więcej niż 9 miesięcy.

ODSETKI SKŁADANE.

82. »*Złożono w kasie oszczędności 4000 rs. na procent składany po 4,5%; jaki się utworzy kapitał po upływie 3-ch lat?*«

Mówi się, iż kapitał został umieszczonym »na procent składany«, albo że wzrósł wskutek odsetek składanych, jeżeli przypadające po upływie każdego roku odsetki zostają do kapitału dołączanemi. A więc w drugim i w każdym następnym roku odsetki obliczają się od kapitału, co rok zwiększającego się wskutek dokładania do niego odsetek za rok poprzedni.

Zważmy, że od 100 rs. w ciągu 1-go roku narasta odsetek 4,5 rs., tak iż w ciągu jednego roku ze 100 rs. utworzy się 104,5 rs., czyli z 1 rs. utworzy się 1,045 rs. Wiedząc to, łatwo obliczymy kolejno, jaki się utworzy kapitał w ciągu 1-go, 2-go i 3-go roku:

1) 1 rs. ——— 1,045 rs.
4000 „ ——— x „

$$x = 1,045 \times 4000 = 4180;$$

2) 1 rs. ——— 1,045 rs.
4180 „ ——— x „

$$x = 1,045 \times 4180 = 4368,1;$$

3) 1 rs. ——— 1,045 rs.
4368,1 „ ——— x „

$$x = 1,045 \times 4368,1 = 4564,6645.$$

Odp. 4564,66 rs.

83. Podobne obliczania, osobliwie przy większej ilości lat, byłyby kłopotliwe. Ułatwia je tablica podana na str. następnej; w niej są podane liczby wskazujące, czem się stanie jednostka kapitału oddana na

procent składany przy pewnej stopie procentu po upływie pewnej ilości lat.

Lat	3%	3,5%	4%	4,5%	5%	5,5%
1	1,030000	1,035000	1,040000	1,045000	1,050000	1,055000
2	1,060900	1,071225	1,081600	1,092025	1,102500	1,113025
3	1,092727	1,108718	1,124864	1,141166	1,157625	1,174241
4	1,125509	1,147523	1,169859	1,192519	1,215506	1,238825
5	1,159274	1,187686	1,216653	1,246182	1,276282	1,306960
6	1,194052	1,229255	1,265319	1,302260	1,340096	1,378843
7	1,229874	1,272279	1,315932	1,360862	1,407100	1,454679
8	1,266770	1,316809	1,368569	1,422101	1,477455	1,534687
9	1,304673	1,362897	1,423312	1,486095	1,551328	1,619094
10	1,343916	1,410599	1,480244	1,552969	1,628895	1,708144
11	1,384234	1,459970	1,539454	1,622853	1,710339	1,802092
12	1,425761	1,511069	1,601032	1,695881	1,795856	1,901207
13	1,468534	1,563956	1,665074	1,772196	1,885649	2,005774
14	1,512590	1,618695	1,731676	1,851945	1,979932	2,116091
15	1,557967	1,675349	1,800944	1,935282	2,078928	2,232476
16	1,604706	1,733986	1,872981	2,022370	2,182875	2,355263
17	1,652848	1,794676	1,947900	2,113377	2,292018	2,484802
18	1,702433	1,857489	2,025817	2,208479	2,406619	2,621466
19	1,753506	1,922501	2,106849	2,307860	2,526950	2,765647
20	1,806111	1,989789	2,191123	2,411714	2,653298	2,917757
21	1,860295	2,059431	2,278768	2,520241	2,785963	3,078234
22	1,916103	2,131512	2,369919	2,633652	2,925261	3,247537
23	1,973587	2,206114	2,464716	2,752166	3,071524	3,426152
24	2,032794	2,283328	2,563304	2,876014	3,225100	3,614590
25	2,093778	2,363245	2,665836	3,005434	3,386355	3,813392
26	2,156591	2,445959	2,772470	3,140679	3,555673	4,023129
27	2,221289	2,531567	2,883369	3,282010	3,733456	4,244401
28	2,287928	2,620172	2,998703	3,429700	3,920129	4,477843
29	2,356566	2,711878	3,118651	3,584036	4,116136	4,724124
30	2,427262	2,806794	3,243398	3,745318	4,321942	4,983951

»Oddano 7000 rs. na procent składany po 3,5%. Jaki się nagromadzi kapitał po upływie 25-u lat?« — W tablicy znajdujemy w wierszu, w którym na początku jest 25 (lat), a w kolumnie, nad którą oznaczono 3,5%, liczbę 2,363245; to znaczy, że z 1 rs., oddanego na procent składany po 3,5%, po upływie

25-u lat nagromadzi się kapitał 2,363245 rs. A więc z 7000 rs. nagromadzi się kapitał

$$2{,}363245\text{ rs.}\times 7000 = 16\,542{,}715\text{ rs.}$$

Odp. 16 542,72 rs.

Gdyby kapitał był oddany np. na 46 lat, to, ponieważ tablica nasza jest doprowadzona tylko do 30-u lat, a 46=30+16, obliczylibyśmy naprzód kapitał, jaki się utworzy z pierwotnego po 30-u latach, a następnie jaki z tak powiększonego powstanie kapitał po dalszych 16-u latach.

84. »Ile trzeba oddać na procent składany po 5%, aby po 16-u latach nagromadził się kapitał 20 000 rs.?« — Z tablicy widzimy, że z 1 rs. powstanie po 16-u latach 2,182875 rs.; z jakiego kapitału po 16-u latach powstał 1 rs.?

2,182875 rs. ——————— 1 rs.
1 „ ——————— x „

$$x = \frac{1}{2{,}182875}.$$

Jeżeli 1 rs. powstał z $\frac{1}{2{,}182875}$ rs., to 20 000 rs. powstało z kapitału

$$\frac{20000}{2{,}182875}\text{ rs.} = 9162{,}228\ldots\text{ rs.}$$

Odp. 9162,23 rs.

ROZDZIAŁ ÓSMY.

REGUŁA TRZECH ZŁOŻONA.

OKREŚLENIE ZADANIA NA REGUŁĘ TRZECH ZŁOŻONĄ.

85. »Ze 180 funtów wełny otrzymano 60 arszynów sukna szerokiego na 1,6 arszyna; z 720-u funtów wełny ile się otrzyma takiegoż sukna szerokiego na 1,2 arszyna?« — Jeżeli niewiadomą ilość arszynów długości sukna, odpowiadającą 720-u funtom wełny i 1,2 arszyna szerokości tego sukna, nazwiemy *x*, to (pisząc liczbę niewiadomą na końcu) będziemy mogli zadanie nasze tak przedstawić:

180 f. ——————— 1,6 arsz. sz. ——————— 60 arsz. dł.
720 „ ——————— 1,2 „ ——————— x „

Mamy tu trzy wielkości: ilość funtów wełny, której dwiema wartościami są 180 funtów i 720 funtów; szerokość sukna, której dwiema wartościami są 1,6 arszyna i 1,2 arszyna; długość sukna, której dwiema wartościami są 60 arszynów i niewiadome x arszynów.

Gdyby z dwu wielkości, których obie wartości są wiadome, jedna, np. szerokość sukna, nie zmieniała się (t. j. w obu razach była 1,6 arszyna), to z 720-u funtów wełny sukna szerokiego na 1,6 arszyna otrzymalibyśmy arszynów nie x, lecz jakąś inną ilość, którą nazwijmy y.

180 f.	1,6 arsz. sz.	60 arsz. dł.
720 „	1,6 „	y „

Mielibyśmy zatem zadanie: »Ze 180 funtów wełny otrzymano 60 arszynów sukna; z 720-u funtów wełny ile się otrzyma sukna tej samej szerokości?« — Zważmy, że wogóle: sukna tej samej szerokości z *większej* ilości funtów wełny otrzymuje się *tyleż razy więcej* arszynów; a więc ilość funtów wełny i długość sukna są dwiema wielkościami wprost proporcyonalnemi względem siebie. Pierwszej wielkości mamy dwie wartości, 180 funtów i 720 funtów; drugiej wielkości mamy wartość 60 arszynów, odpowiadającą 180-u funtom, a należy znaleźć jej wartość, odpowiadającą 720-u funtom. Jest to więc zadanie na regułę trzech, które rozwiązać umiemy. Rozwiązawszy je, znajdziemy: $y = 240$. A więc z 720-u funtów wełny sukna szerokiego na 1,6 arszyna otrzymalibyśmy 240 arszynów.

Wiedząc już, że z 720-u funtów wełny sukna szerokiego na 1,6 arszyna można otrzymać 240 arszynów, a szukając, ile z 720 funtów wełny otrzyma się sukna szerokiego na 1,2 arszyna,

720 f.	1,6 arsz. sz.	240 arsz. dł.
720 „	1,2 „	x „

widzimy, że teraz ilość funtów wełny się nie zmienia. Mamy więc zadanie: »Sukna szerokiego na 1,6 arszyna otrzymano 240 arszynów; ile z tej samej ilości funtów wełny otrzyma się sukna szerokiego na 1,2 arszyna?« — Zważmy, że w ogóle: z tej samej ilości funtów wełny sukna *większej* szerokości otrzymuje się *tyleż razy mniej* arszynów; a więc szerokość sukna i jego długość są dwiema wielkościami odwrotnie proporcyonalnemi względem siebie.

Pierwszej wielkości mamy dwie wartości, 1,6 arszyna i 1,2 arszyna; drugiej wielkości mamy wartość 240 arszynów, odpowiadającą 1,6 arszyna, a należy znaleźć jej wartość odpowiadającą 1,2 arszyna. Jest to więc zadanie na regułę trzech. Rozwiązawszy je znajdziemy: $x=320$. A więc z 720-u funtów wełny sukna szerokiego na 1,2 arszyna otrzymamy 320 arszynów.

Jest to więc odpowiedź na zadanie pierwotne. Doszliśmy do niej, rozwiązując dwa zadania na regułę trzech, na które rozłożyliśmy zadanie pierwotne.

Mogą być podobne zadania, na które otrzymalibyśmy odpowiedź, rozkładając je na trzy lub więcej zadań na regułę trzech. Takiego rodzaju zadanie nazywamy zadaniem na regułę trzech złożoną.

A więc: *zadanie, które może być rozłożone na dwa lub więcej zadań na regułę trzech, nazywa się zadaniem na regułę trzech złożoną.*

Zbiór objaśnień i wskazówek przy rozwiązywaniu takich zadań stanowi regułę trzech złożoną.

ROZWIĄZYWANIE ZAPOMOCĄ SPROWADZANIA DO JEDNOSTKI.

86. Weźmy zadanie podane na początku art. 85-go.

Jeżeli ze 180-u funtów wełny sukna szerokiego na 1,6 arszyna otrzymuje się 60 arszynów, to ze 180-u funtów wełny sukna szerokiego na 1 arszyn otrzyma się arszynów 1,6 raza więcej, t. j. 60 arszynów$\times$1,6. Jeżeli ze 180-u funtów wełny sukna szerokiego na 1 arszyn otrzymuje się 60 arszynów$\times$1,6, to z 1-go funta wełny sukna szerokiego na 1 arszyn otrzymuje się arszynów 180 razy mniej, t. j. $\frac{60\times1,6}{180}$ arszyna. Jeżeli z 1-go funta wełny sukna szerokiego na 1 arszyn otrzymuje się $\frac{60\times1,6}{180}$ arszyna, to z 720-u funtów wełny sukna szerokiego na 1 arszyn otrzymuje się arszynów 720 razy więcej, t. j. $\frac{60\times1,6\times720}{180}$ arszyna. Jeżeli z 720-u funtów wełny sukna szerokiego na 1 arszyn otrzymuje się $\frac{60\times1,6\times720}{180}$ arszyna, to z 720-u funtów wełny sukna szerokiego na 1,2 arszyna otrzymuje się 1,2 raza mniej, t. j. $\frac{60\times1,6\times720}{180\times1,2}$ arsz.$=320$ arszynów. (Zwykle działania wykonywamy

dopiero po ukończeniu całego rozumowania, a to ze względu na uskutecznienie możliwych skróceń.) — Piśmiennie rachunek ten tak przedstawiamy:

180 f. —	1,6 arsz. sz. —	60 arsz. dł.
720 „ —	1,2 „ —	x „
180 f. —	1,6 arsz. sz. —	60 arsz. dł.
180 „ —	1 „ —	60 arsz. $\times$ 1,6
1 „ —	1 „ —	$\frac{60\times 1,6}{180}$ arsz.
720 „ —	1 „ —	$\frac{60\times 1,6\times 720}{180}$ arsz.
720 „ —	1,2 „ —	$\frac{60\times 1,6\times 720}{180\times 1,2}$ arsz.,

t. j. 320 arszynów.

87. »Czterej drwale wyrąbali 84 sążnie drew, pracując po 10 godzin dziennie w ciągu 15-u dni; w ciągu ilu dni 6-u drwali wyrąbie 168 sążni drew pracując po 8 godzin dziennie?«

4 dr. —	84 sąż. —	10 g. —	15 d.
6 „ —	168 „ —	8 „ —	x „
4 dr. —	84 sąż. —	10 g. —	15 d.
4 „ —	84 „ —	1 „ —	15 d. $\times$ 10
4 „ —	1 „ —	1 „ —	$\frac{15\times 10}{84}$ d.
1 „ —	1 „ —	1 „ —	$\frac{15\times 10\times 4}{84}$ d.
6 „ —	1 „ —	1 „ —	$\frac{15\times 10\times 4}{84\times 6}$ d.
6 „ —	168 „ —	1 „ —	$\frac{15\times 10\times 4\times 168}{84\times 6}$ d.
6 „ —	168 „ —	8 „ —	$\frac{15\times 10\times 4\times 168}{84\times 6\times 8}$ d. = 25 d.

Odp. W ciągu 25-u dni.

Mieliśmy tu: 4-ej drwale wyrąbią 1 sążeń, pracując po 1-ej godzinie dziennie, w ciągu $\frac{15\times 10}{84}$ dnia $= 1\frac{11}{41}$ dnia; to znaczy, iż jednego dnia mieliby pracować godzinę a drugiego dnia $\frac{11}{14}$ godziny. Odpowiednie znaczenie mają dalsze ułamkowe części dnia.

ROZWIĄZYWANIE ZAPOMOCĄ PROPORCYJ.

88. Weźmy zadanie podane na początku art. 85-go.

Jeżeli niewiadomą ilość arszynów długości sukna, odpowiadającą 720-u funtom wełny i 1,2-ym arszyna szerokości tego sukna, nazwiemy x, to zadanie tak przedstawimy:

180 f. ———	1,6 arsz. ———	60 arsz.
720 „ ———	1,2 „ ———	x „

Przypuśćmy, że szerokość sukna pozostaje w obu razach tąż samą, t. j. 1,6 arszyna. Ilość arszynów sukna szerokiego na 1,6 arszyna, które można otrzymać ze 180-u funtów wełny, nazwijmy y. Wówczas będziemy mieli zadanie (por. art. 85):

180 f. ———	1,6 arsz. ———	60 arsz.
720 „ ———	1,6 „ ———	y „

Wogóle: sukna tej samej szerokości z *większej* ilości funtów wełny otrzymuje się *tyleż razy więcej*; a więc ilość wziętych funtów wełny i ilość otrzymanych arszynów sukna są dwiema wielkościami wprost proporcyonalnemi względem siebie. Jest przeto stosunek ilości wziętych funtów wełny równy stosunkowi otrzymanych arszynów sukna, t. j.

$$y:60=720:180.$$

Moglibyśmy z tej proporcyi znaleźć y; dlatego, choć teraz y nie obliczymy, możemy nadal przyjmować y za liczbę już wiadomą.

Mamy teraz zadanie takie (por. art. 85):

720 f. ———	1,6 arsz. ———	y arsz.
720 „ ———	1,2 „ ———	x „

Wogóle: z tej samej ilości funtów wełny sukna *większej* szerokości otrzymuje się *tyleż razy mniej* arszynów; a więc szerokość sukna i jego długość są dwiema wielkościami odwrotnie proporcyonalnemi względem siebie. Jest przeto stosunek długości sukna równy odwrotnemu stosunkowi jego szerokości, t. j.

$$x:y=1,6:1,2.$$

Mnożąc te dwie proporcye przez siebie wyrazami odpowiednimi, otrzymamy

$$(y.\,x):(60.\,y)=(720\times 1,6):(180\times 1,2),$$

albo $$x:60=(720\times 1,6):(180\times 1,2),$$

skąd $$x=320.$$

Zamiast wypisywać, jak powyżej, oddzielne dwa zadania na regułę trzech, możemy, po wypisaniu pierwotnego zadania na regułę trzech złożoną, przyjąć w niem naprzód nie zmieniającą się szerokość sukna i wnieść, że ilość funtów wełny i długość sukna są dwiema wielkościami wprost proporcyonalnemi względem siebie; następnie przyjąwszy nie zmieniającą się ilość funtów

wełny, wnieść, że szerokość sukna i jego długość są dwiema wielkościami odwrotnie proporcyonalnemi względem siebie. Zaznaczamy to, nadpisując na samem zadaniu odpowiednie skrócenia. Prócz tego krócej piszemy proporcye, opuszczając pomocniczą liczbę y (t. j. piszemy odrazu $x:60$), a stosunki drugie, które wyrazami odpowiednimi wypadnie przez siebie mnożyć, podpisujemy pod sobą. Całe więc postępowanie tak się piśmiennie przedstawi:

wpr.		odwr.		
180 f.	———	1,6 arsz.	———	60 arsz.
720 „	———	1,2 „	———	x „

$$x:60=\begin{cases}720:180\\1,6:1,2\end{cases}$$

$$x:60=(720\times1,6):(180\times1,2)$$

$$x=320.$$

Odp. 320 arszynów.

Zauważmy, że, wypisując powyżej pod sobą stosunki, które mają być przez siebie mnożone, za poprzednik bierzemy wartość znajdującą się w zadaniu w tym samym, co niewiadoma, wierszu poziomym, jeżeli wielkości są wprost proporcyonalne względem siebie; bierzemy zaś za poprzednik wartość znajdującą się w zadaniu w innym, niż niewiadoma, wierszu poziomym, jeżeli wielkości są odwrotnie proporcyonalne względem siebie.

89. »W ciągu ilu lat 4560 rs., umieszczone po 7%, przyniesie 1596 rs.?«

odwr.		wpr.		
100 rs.	———	7 rs.	———	1 r.
4560 „	———	1596 „	———	x l.

Te same odsetki od kapitału *większego* otrzymuje się za przeciąg czasu *tyleż razy mniejszy*; a więc kapitał i ilość lat są dwiema wielkościami odwrotnie proporcyonalnemi względem siebie. Ten sam kapitał przynosi odsetki *większe* za przeciąg czasu *tyleż razy większy*; a więc kapitał i odsetki są dwiema wielkościami wprost proporcyonalnemi względem siebie.

$$x:1=\begin{cases}100:4560\\1596:7\end{cases}$$

$$x:1=(100\times1596):(4560\times7)$$

$$x=5\text{ l.}$$

Odp. W ciągu 5-u lat.

90. Weźmy zadanie art. 87-go.

odwr.		wpr.		odwr.		
4 dr.	——	84 sąż.	——	10 godz.	——	15 d.
6 „	——	168 „	——	8 „	——	x „

Taż sama ilość drwali tę samą ilość sążni, pracując dziennie przez *większą* ilość godzin, wyrąbie w ciągu *tyleż razy mniejszej* ilości dni; a więc ilość godzin dziennej pracy i ilość dni pracy są dwiema wielkościami odwrotnie proporcyonalnemi względem siebie. Taż sama ilość drwali, pracując też samą ilość godzin dziennie, *więcej* sążni wyrąbie w ciągu *tyleż razy większej* ilości dni; a więc ilość sążni i ilość dni pracy są dwiema wielkościami wprost proporcyonalnemi względem siebie. Też samą ilość sążni, pracując też samą ilość godzin dziennie, *więcej* drwali wyrąbie w ciągu *tyleż razy mniejszej* ilości dni; a więc ilość drwali i ilość dni pracy są dwiema wielkościami odwrotnie proporcyonalnemi względem siebie.

$$x : 15 = \left| \begin{array}{l} 10 : 8 \\ 168 : 84 \\ 4 : 6 \end{array} \right.$$

$$x : 15 = (10 \times 168 \times 4) : (8 \times 84 \times 6)$$

$$x = 25.$$

Odp. W ciągu 25-u dni.

ROZDZIAŁ DZIEWIĄTY.

REGUŁA PODZIAŁU PROPORCYONALNEGO.

OKREŚLENIE ZADANIA NA REGUŁĘ PODZIAŁU PROPORCYONALNEGO.

91. »Trzem robotnikom należy się 143 rs.; pierwszy pracował 24, drugi 18, a trzeci 36 dni. Ile każdy otrzyma?« — W tem zadaniu idzie nam o podział liczby 143 rs. na 3 części takie, iżby stosunek pierwszej do drugiej był 24 : 18, a stosunek drugiej do trzeciej 18 : 36.

Zwykle w podobnych zadaniach takie dwa stosunki 24 : 18 i 18 : 36, w których następnik pierwszego stosunku i poprzednik drugiego są tą samą liczbą i odpowiadają tej samej części liczby rozkładanej, piszemy łącznie

$$24 : 18 : 36.$$

Możemy powiedzieć, że w powyższem zadaniu idzie nam o podział liczby 143 rs. na trzy części, proporcyonalne względem liczb 24, 18 i 36.

Takiego rodzaju zadanie nazywamy zadaniem na regułę podziału proporcyonalnego.

Niekiedy nie są wprost, jak w powyższem zadaniu, podane liczby, względem których mają być proporcyonalne szukane części liczby danej, ale dopiero z warunków zadania mają być wyznaczone owe liczby.

A więc: *zadanie, w którem idzie o to, aby liczbę daną rozłożyć na części proporcyonalne albo względem liczb wprost podanych w zadaniu, albotęż względem liczb, które wyznaczone być mogą z warunków, w zadaniu podanych, nazywa się zadaniem na regułę podziału proporcyonalnego.*

Zbiór wskazówek i objaśnień przy rozwiązywaniu takich zadań stanowi regułę podziału proporcyonalnego.

PRZYPADEK, KIEDY WPROST SĄ PODANE LICZBY, WZGLĘDEM KTÓRYCH SZUKANE CZĘŚCI MAJĄ BYĆ PROPORCYONALNE.

92. Weźmy zadanie art. 91-go.

Mamy tu 143 rs. rozłożyć na 3 części, których stosunki są 24 : 18 : 36, czyli, po podzieleniu wszystkich wyrazów tych stosunków przez 6,

$$4 : 3 : 6.$$

Mamy więc 143 rs. rozłożyć na takie 3 części, aby, kiedy pierwsza odpowiada liczbie 4, druga odpowiadała liczbie 3, a trzecia liczbie 6. Cała przeto liczba 143 rs. odpowiadać wtedy będzie liczbie $4+3+6=13$. Jeżeli zatem całą liczbę 143 rs. rozłożymy na 13 równych sobie cząstek, to 4 takie cząstki przedstawią kwotę, należną pierwszemu robotnikowi, tak iż on otrzyma $\frac{4}{13}$ liczby 143 rs. Podobnie drugi robotnik otrzyma $\frac{3}{13}$ liczby 143 rs., a trzeci $\frac{6}{13}$ liczby 143 rs. Trzej więc robotnicy otrzymają odpowiednio:

$$143 \text{ rs.} \times \frac{4}{4+3+6} = 44 \text{ rs.}, \ 143 \text{ rs.} \times \frac{3}{13} = 33 \text{ rs.}, \ 143 \text{ rs.} \times \frac{6}{13} = 66 \text{ rs.}$$

Odp. Pierwszy 44 rs., drugi 33 rs., a trzeci 66 rs.

Po znalezieniu, że pierwsi dwaj robotnicy otrzymają 44 rs. i 33 rs., moglibyśmy znaleźć kwotę, należną trzeciemu, od 143 rs. odejmując 44 rs. + 33 rs.

Powiemy ogólnie: aby pewną liczbę rozłożyć na dwie lub więcej części, proporcyonalnych względem tyluż liczb danych, należy ją oddzielnie pomnożyć przez każdy z ułamków, w którego

liczniku jest jedna z owych liczb danych, a w mianowniku suma wszystkich tych liczb.

PRZYPADEK, KIEDY SĄ PODANE ODDZIELNE STOSUNKI CZĘŚCI SZUKANYCH.

93. »2168 rs. rozłożyć na 4 części tak, iżby stosunek pierwszej do drugiej był 5:8, drugiej do trzeciej 6:7, a drugiej do czwartej 36:35.«

Weźmy naprzód na uwagę dwa pierwsze stosunki.

5:8 i 6:7.

Następnik pierwszego stosunku i poprzednik drugiego odpowiadają tej samej szukanej części liczby 2168 rs., mianowicie drugiej części. Zastąpmy te stosunki takimi, im równymi, w którychby zamiast liczb 8 i 6 zjawiła się pewna taż sama liczba. Najmniejsza spólna wielokrotność liczb 6 i 8 jest 24; pomnóżmy więc oba wyrazy pierwszego stosunku przez 3, a oba drugiego przez 4; otrzymamy

15:24 i 24:28, czyli 15:24:28.

W tych stosunkach wyraz 24 i w trzecim z podanych stosunków (36 : 35) poprzednik 36 odpowiadają tej samej szukanej części liczby 2168 rs., mianowicie drugiej. Aby zamiast tych liczb 24 i 36 zjawiła się taż sama liczba, pomnóżmy wszystkie wyrazy stosunków 15 : 24 : 28 przez 3, a oba wyrazy stosunku 36 : 35 przez 2; otrzymamy:

45:72 : 84 i 72 : 70, czyli 45:72 : 84:70.

A więc odpowiednie cztery części liczby 2168 rs. są:

$$2168 \text{ rs.} \times \frac{45}{45+72+84+70} = 2168 \text{ rs.} \times \frac{45}{271} = 360 \text{ rs.},$$

$$2168 \text{ rs.} \times \frac{72}{271} = 576 \text{ rs.}, 2168 \text{ rs.} \times \frac{84}{271} = 672 \text{ rs.}, 2168 \text{ rs.} \times \frac{70}{271} = 560 \text{ rs.}$$

Odp. Pierwsza część jest 360 rs., druga 576 rs., trzecia 672 rs., czwarta 560 rs.

PRZYPADEK, KIEDY JEST PODANYCH DWA LUB WIĘCEJ WARUNKÓW.

94. »Za dostawę koleją żelazną zboża, a mianowicie 483 *hl* pszenicy, 644 *hl* żyta, 828 *hl* jęczmienia i 1512 *hl* owsa zapłacono razem 770,4 rs. Ile zapłacono oddzielnie za dostawę pszenicy, żyta, jęczmienia i owsa, jeżeli 1 *hl* pszenicy ważył 80 *kg*, żyta

72 *kg*. jęczmienia 63 *kg* a owsa 46 *kg*?« —Mamy tu 770,4 rs. rozłożyć na cztery części, proporcyonalne względem ciężarów wszystkiej pszenicy, wszystkiego żyta, wszystkiego jęczmienia i wszystkiego owsa, t. j. względem liczb:

$$80\,kg \times 483; \quad 72\,kg \times 644; \quad 63\,kg \times 828; \quad 46\,kg \times 1512.$$

Stosunki więc owych czterech części liczby 770,4 rs. są
$(80 \times 483) : (72 \times 644) : (63 \times 828) : (46 \times 1512)$, czyli $20 : 24 : 27 : 36$.
Owe więc części są:

$$770{,}4 \text{ rs.} \times \frac{20}{20+24+27+36} = 770{,}4 \text{ rs.} \times \frac{20}{107} = 144 \text{ rs.},$$

$$770{,}4 \text{ rs.} \times \frac{24}{107} = 172{,}8 \text{ rs.}, \quad 770{,}4 \text{ rs.} \times \frac{27}{107} = 194{,}4 \text{ rs.},$$

$$770{,}4 \text{ rs.} \times \frac{36}{107} = 259{,}2 \text{ rs.}$$

Odp. Za dostawę pszenicy 144 rs., żyta 172,8 rs., jęczmienia 194,4 rs., owsa 259,2 rs.

REGUŁA SPÓŁKI.

95. Zadanie na regułę podziału proporcyonalnego w razie, kiedy idzie o podział zysku osiągniętego lub straty poniesionej przez osoby, prowadzące spólnie pewien interes handlowy lub przemysłowy, często nazywane bywa zadaniem na r e g u ł ę s p ó ł k i.

»Na rzecz trzech spólników przypada do podziału 16 694,5 rs., jako zysk osiągnięty na przedsiębiorstwie, do którego pierwszy spólnik włożył 18 000 rs. na 1 rok, drugi 15 300 rs. na 1 rok i 8 miesięcy, a trzeci 27 000 rs. na 10 miesięcy. Zysk od wkładu drugiego spólnika, który prowadził to przedsiębiorstwo, ma być względem zysku od wkładów innych spólników liczony w stosunku 5 : 4. Po ile przypada każdemu spólnikowi?«— Mamy tu 16 694,5 rs. rozłożyć na 3 części proporcyonalne względem liczb, które należy wyznaczyć z warunków: iż stosunki włożonych kapitałów są

$$18\,000 : 15\,300 : 27\,000, \text{ czyli } 20 : 17 : 30,$$

iż stosunki czasów obrotu tych kapitałów są odpowiednio

$$12 : 20 : 10, \text{ czyli } 6 : 10 : 5,$$

iż stosunki udziałów przy obliczaniu zysku są

$$4 : 5 : 4.$$

Weźmy naprzód na uwagę tylko dwa pierwsze warunki. Ten sam udział w ogólnym zysku, który przypada pierwszemu spólnikowi za 20 jednostek kapitału, będących w obrocie w ciągu 6-u

jednostek czasu, przypadłby od kapitału, będącego w obrocie w ciągu jednostki czasu, w takim razie, kiedyby jednostek kapitału było 6 razy więcej; i t. d. A więc udziały w zysku, wynikające z dwu pierwszych warunków, są proporcyonalne względem liczb 20×6, 17×10 i 30×5 jednostek kapitału za ten sam przeciąg czasu; stosunki więc tych udziałów są

$$(20\times 6):(17\times 10):(30\times 5), \text{ czyli } 12:17:15.$$

Wskutek zaś trzeciego warunku, każda jednostka kapitału drugiego spólnika ze względu na zysk jest $\frac{5}{4}=1{,}25$ raza więcej warta od każdej jednostki kapitału pozostałych spólników. A więc ostatecznie stosunki udziałów w ogólnym zysku trzech spólników są odpowiednio

$$12:(17\times 1{,}25):15, \text{ czyli } 48:85:60.$$

Owe więc części są odpowiednio

$$16\,694{,}5 \text{ rs.}\times\frac{48}{48+85+60} = 16\,694{,}5 \text{ rs.}\times\frac{48}{193} = 4152 \text{ rs.},$$

$$16694{,}5 \text{ rs.}\times\frac{85}{193} = 7352{,}5 \text{ rs.}, \quad 16\,694{,}5 \text{ rs.}\times\frac{60}{193} = 5190 \text{ rs.}$$

Odp. Pierwszemu spólnikowi 4152 rs., drugiemu 7352,5 rs., a trzeciemu 5190 rs.

ROZDZIAŁ DZIESIĄTY.

REGUŁA MIESZANINY.

OKREŚLENIE ZADANIA NA REGUŁĘ MIESZANINY.

96. Rozmaite mogą być zadania, w których jest mowa o mieszaninie czyto różnorodnych ciał, czyteż różnych gatunków tego samego ciała. Z ogółu takich zadań rozważamy szczegółowiej te zadania proste, w których albo szukana jest własność mieszaniny, alboteż szukany jest stosunek ilości, w jakim mają być wzięte dwa przedmioty mieszane. Np.

A) »Zmieszano herbaty 5 funtów po 2,4 rs. funt z 2-ma funtami po 1,7 rs. funt; ile jest wart funt mieszaniny?«

B) »W jakim stosunku należy wziąć herbaty po 2,4 rs. funt i po 1,7 rs. funt, aby funt mieszaniny był wart 2,2 rs.?«

Takiego rodzaju zadania nazywamy zadaniami na regułę mieszaniny.

A więc: *zadanie, w którem jest mowa o mieszaninie dwu lub więcej czyto różnorodnych ciał, czyteż różnych tylko gatunków pewnego ciała, sprowadzające się albo do obliczenia własności mieszaniny, albo też do wyznaczenia stosunku, w jakim do tej mieszaniny mają być wzięte ilości dwu składających ją przedmiotów, nazywa się zadaniem na regułę mieszaniny.*

Zbiór objaśnień i wskazówek przy rozwiązywaniu takich zadań stanowi regułę mieszaniny.

97. Przedmioty, wyrabiane ze złota i srebra, zawierają dla trwałości domieszki innych mniej cennych metali. Stosunek wagi czystego szlachetnego metalu w pewnym przedmiocie do całej wagi tego przedmiotu nazywa się »próbą«, przyczem opuszcza się domyślny (stały) następnik tego stosunku. Dawniej np. »12-ta próba« srebra oznaczała stosunek 12:16, t. j. iż na każde 16 jednostek wagi całego przedmiotu było w nim czystego srebra 12 takichże jednostek, a np. złoto »18-to karatowe« oznaczało podobnie stosunek 18:24. W Rosyi obowiązuje próba złota i srebra, wyrażana zapomocą stosunku, którego następnikiem jest liczba 96; zatem np. »próba 72-ga« oznacza stosunek 72:96. W krajach, w których zaprowadzono systemat metryczny, następnikiem podobnego stosunku jest liczba 1000; a więc np. »próba 750-ta« oznacza stosunek 750:1000.

Dla mieszanin niektórych cieczy istnieją podobne umówione sposoby oznaczania ich stosunku. Tak np., mówiąc: wódka »60-u stopni«, rozumiemy mieszaninę 60-u jednostek objętości czystego alkoholu z 40-ma (t. j. 100 — 60) takiemiż jednostkami wody.

POSZUKIWANIE WŁASNOŚCI MIESZANINY.

98. »Stopiono srebra 3 funty 84-ej i 7 funtów 72-ej próby z 2-ma funtami miedzi; jakiej próby jest stop?« — Ten stop zawiera czystego srebra $84 \times 3 + 72 \times 7$ takich jednostek, jakich po 96 jest w każdym ze stopionych razem funtów. Stopiono zaś funtów $3+7+2$. Zatem na 96 jednostek w każdym funcie stopu przypada czystego srebra jednostek

$$\frac{84 \times 3 + 72 \times 7}{3+7+2} = 63.$$

Odp. Stop jest próby 63-ej.

POSZUKIWANIE STOSUNKU, W JAKIM DWA PRZEDMIOTY MAJĄ BYĆ MIESZANE.

99. »W jakim stosunku należy wziąć złoto 84-tej i 64-tej próby, aby otrzymać stop 72-ej próby?« — Na 96 jednostek wagi ogólnej złota 84-tej próby, które mamy wziąć do stopu 72-ej próby, jest za wiele 84 — 72 = 12 jednostek czystego złota; na 96 zaś jednostek wagi ogólnej złota 64-ej próby jest za mało 72—64=8 jednostek czystego złota. Jeżeli więc weźmiemy pierwszego złota 96×8, a drugiego 96×12 jednostek wagi ogólnej, to w pierwszem złocie będzie zawiele 12×8, a w drugiem za mało 8×12 jednostek czystego złota — tyleż za wiele, co za mało; a więc stop będzie żądanej 72-ej próby. Należy przeto te dwa rodzaje złota wziąć w stosunku (96×8):(96×12), czyli w stosunku 8 : 12. Zważmy, że ten stosunek 8:12, w którym mają być wzięte ilości pierwszego i drugiego złota, jest odwrotny względem stosunku 12:8, różnic (84—72) : (72—64) między własnością mieszaniny a własnościami przedmiotów mieszanych; a więc *ilość przedmiotu branego do mieszaniny jest odwrotnie proporcyonalna względem różnicy między większą a mniejszą z liczb, wyrażających własność mieszaniny i własność branego przedmiotu.* — Znaleźliśmy, iż stosunek, w jakim do stopu 72-ej próby mamy wziąć ilości 84-ej i 64-ej próby, jest 8 : 12; stosunek ten możemy zastąpić prostszym, mianowicie 2 : 3.

Powyższe rozumowanie zwykle tak piśmiennie zaznaczamy:

84	72	12 j. c. z.	8	2
64		8 j. c. z.	12	3

Odp. W stosunku 2 : 3.

100. Gdybyśmy mieli zadanie: »Ile trzeba wziąć złota 84-ej i 64-ej próby, aby otrzymać 25 łutów złota 72-ej próby?«, to, po znalezieniu, jak powyżej, iż stosunek, w jakim mają być wzięte te dwa gatunki złota, jest 2 : 3, mielibyśmy jeszcze do rozwiązania zadanie na regułę podziału proporcyonalnego: »Rozłożyć 25 łutów na dwie części w stosunku 2 : 3«. Znaleźlibyśmy, iż

$$25\text{ ł.}\times\frac{2}{2+3} = 10\text{ ł.},\quad 25\text{ ł.}\times\frac{3}{2+3} = 15\text{ ł.}$$

Odp. Pierwszego gatunku 10, a drugiego 15 łutów.

Gdybyśmy mieli zadanie: »Ile trzeba wziąć złota 84-ej próby na 15 łutów złota 64-ej próby, aby mieć stop 72-ej próby?«, to, po znalezieniu, iż stosunek, w jakim mają być wzięte ilości tych dwu gatunków, jest 2:3, należałoby następnie rozwiązać zadanie na regułę trzech: »Jeżeli na 3 łuty drugiego złota należy brać 2 łuty pierwszego, to na 15 łutów drugiego ile trzeba wziąć łutów pierwszego?«. Znajdziemy, iż złota 84-ej próby należy wziąć 10 łutów.

ROZDZIAŁ JEDENASTY.

REGUŁA ŁAŃCUCHOWA.

OKREŚLENIE ZADANIA NA REGUŁĘ ŁAŃCUCHOWĄ.

101. A) »Ile się należy za 7 korcy żyta, jeżeli za 3,5 *hl* tego żyta zapłacono 17 rs. 50 kop., a 100 korcy obejmuje 128 *hl*?« — Zadanie to wypiszmy tak, aby każde dwie wartości tej samej wielkości znalazły się pod sobą, a zacznijmy od szukanej ilości rubli:

x rs. ———	7 korcy	
	100 „ ———	128 *hl*
17,5 „ ———	———	3,5 „

W tem zadaniu szukamy ilości rubli, odpowiadającej 7-u korcom, ale nie mamy danej pary bezpośrednio sobie odpowiadających ilości korcy i ilości rubli. Mamy tylko dwie oddzielne wartości tych wielkości, 100 korcy i 17,5 rs., które sobie nie odpowiadają. Pierwsza z nich odpowiada 128-u *hl*, a druga 3,5 *hl*, t. j. one odpowiadają dwu wartościom tej samej (innej od tamtych) wielkości, mianowicie ilości hektolitrów.

B) »Ile się należy za 7 korcy żyta, jeżeli za 3,5 *hl* tego żyta zapłacono 17 rs. 50 kop., a wiadomo, że korzec ma 128 kwart czyli litrów, 100 litrów zaś stanowi hektolitr?«.

x rs. ———	7 korcy		
	1 korzec ———	128 *l*	
		100 „ ———	1 *hl*
17,5 „ ———	———	———	3,5 „

W tem zadaniu szukamy ilości rubli, odpowiadającej 7-u korcom, a tych wielkości drugie wartości, 1 korzec i 17,5 rs., sobie nie

odpowiadają. Pierwsza odpowiada 128-u litrom, druga zaś 3,5 *hl*. Te ostatnie dwie wartości ilości litrów i ilości hektolitrów sobie nie odpowiadają, lecz inne wartości tych wielkości, 100 *l* i 1 *hl*, przedstawiają parę odpowiadających sobie wartości.

Zauważmy, że w obu tych zadaniach *każde dwie wielkości, których oddzielne wartości sobie odpowiadają, są wielkościami wprost proporcyonalnemi względem siebie.*

Tak zadanie pod A), jak zadanie pod B), jakoteż zadanie, podobne więcej złożone, nazywa się z a d a n i e m n a r e g u ł ę ł a ń c u c h o w ą.

Możemy te zadania tak określić: *zadaniem na regułę łańcuchową nazywamy zadanie, w którem należy znaleźć wartość pewnej wielkości, odpowiadającą danej wartości drugiej wielkości, gdy inne dane wartości tych dwu wielkości sobie nie odpowiadają, a wszystkie liczby dane w zadaniu są takie, iż dwie wartości każdej wielkości odpowiadają wartościom dwu różnych wielkości.*

Zbiór objaśnień i wskazówek przy rozwiązywaniu takich zadań stanowi r e g u ł ę ł a ń c u c h o w ą.

ROZWIĄZYWANIE ZADAŃ NA REGUŁĘ ŁAŃCUCHOWĄ.

102. Rozwiążmy zadanie pod B) w art. poprzedzającym.

Zwykle dla oszczędzenia miejsca wypisujemy je tak:

x rs.	7 kor.
1 kor.	128 *l*
100 *l*	1 *hl*
3,5 *hl*	17,5 rs.

Tu każdy wiersz zaczyna się od wartości tej wielkości, której inna wartość kończy wiersz poprzedni, a ostatni wiersz kończy się wartością tej wielkości, od której wartości zaczyna się wiersz pierwszy; te więc dwie wartości zamykają niejako »łańcuch«.

Rozumowanie zaczynamy wychodząc z wartości, wypisanych w wierszu ostatnim, i przechodzimy stopniowo do wiersza pierwszego. Jeżeli za 3,5 *hl* zapłacono 17,5 rs., to za 1 *hl* zapłacono $\frac{17,5}{3,5}$ rs. Jeżeli za 1 *hl* czyli za 100 *l* zapłacono $\frac{17,5}{3,5}$ rs., to za 1 *l* zapłacono $\frac{17,5}{3,5 \times 100}$ rs. Jeżeli za 1 *l* zapłacono $\frac{17,5}{3,5 \times 100}$ rs., to za 128 *l* zapłacono $\frac{17,5 \times 128}{3,5 \times 100}$ rs. Jeżeli za 128 *l* czyli za 1 ko-

rzec zapłacono $\frac{17,5 \times 128}{3,5 \times 100}$ rs., to za 7 korcy zapłacono $\frac{17,5 \times 128 \times 7}{3,5 \times 100}$ rs. Znaleźliśmy, ile rubli zapłacono za 7 korcy. Że zaś tę ilość rubli nazwaliśmy x, przeto za 7 korcy zapłacono rubli

$$x = \frac{17,5 \times 128 \times 7}{3,5 \times 100}.$$

Zestawiając to wyrażenie liczby szukanej z zadaniem, powyżej w dwu kolumnach wypisanem, widzimy, że liczba szukana jest równa iloczynowi wszystkich liczb znajdujących się w innej, niż szukana, kolumnie, podzielonemu przez iloczyn wszystkich liczb pozostałych.

Z tego wprost wypada, że możemy, wypisawszy zadanie w dwu kolumnach, mnożyć przez tę samą liczbę którąkolwiek liczbę w pierwszej i którąkolwiek liczbę w drugiej kolumnie (w celu zastąpienia ułamka przez liczbę całkowitą), albo też dzielić przez tę samą liczbę którąkolwiek liczbę w pierwszej i którąkolwiek liczbę w drugiej kolumnie (w celu zastąpienia ich przez mniejsze). Tak np., wypisawszy w dwu kolumnach powyższe zadanie, mnożymy obie liczby ostatniego wiersza przez 10, a następnie dzielimy je przez 5; otrzymaną liczbę (7) w ostatnim wierszu w pierwszej kolumnie i liczbę (7) w pierwszym wierszu w drugiej kolumnie dzielimy przez 7. Będziemy więc mieli

x	1
1	128
100	1
1	35

$$x = \frac{128 \times 35}{100} = 44,8$$

Odp. Za 7 korcy żyta należy się 44 rs. 80 kop.

ZADANIA.

NAJWIĘKSZY SPÓLNY DZIELNIK I NAJMNIEJSZA SPÓLNA WIELOKROTNOŚĆ.

(Powtórzenie.) Zapomocą rozkładu na czynniki pierwsze znaleźć największy spólny dzielnik liczb: **1.** 648, 972, 2025. **2.** 3872, 9680, 10648. **3.** 5148, 7722, 9438. **4.** 5412, 6765, 7216, 9020. **5.** 9317, 12705, 16940, 21175. **6.** 5103, 12393, 26973, 34263. **7.** 10098, 11475, 12393, 13770. **8.** 12408, 38775, 62557. **9.** 8272, 9306, 11374, 25850. **10.** 26235, 41976, 70543, 87450.

Zapomocą rozkładu na czynniki pierwsze znaleźć najmniejszą spólną wielokrotność liczb: **11.** 360, 540, 900, 1080. **12.** 612, 918, 1683, 2295. **13.** 1125, 1375, 1875. **14.** 333, 444, 1110, 1800. **15.** 344, 516, 1290, 1935.

(Art. 5 i 6.) Zapomocą kolejnego dzielenia znaleźć największy spólny dzielnik liczb: **16.** 240, 165. **17.** 1270, 936. **18.** 1415, 550. **19.** 1462, 516. **20.** 36018, 18792. **21.** 18768, 9798. **22.** 8316, 4896. **23.** 6174, 2394. **24.** 12042, 11150, **25.** 8653, 6108. **26.** 32923, 20878. **27.** 187680, 146970. **28.** 468, 635. **29.** 1499, 863. **30.** 25707, 42009. **31.** 16489, 8346. **32.** 16489, 18725.

(Art. 7.) Zapomocą kolejnego dzielenia znaleźć największy spólny dzielnik liczb: **33.** 6030, 4770, 1635. **34.** 5625, 4320, 4145. **35.** 7938, 833, 7546. **36.** 4581, 6108, 16288. **37.** 1548, 4386, 559. **38.** 36018, 18792, 1545. **39.** 984, 1089, 1331. **40.** 9540, 4905, 6030, 1545. **41.** 3969, 5166, 3773, 1505.

(Art. 8 i 9.) Zapomocą kolejnego dzielenia znaleźć najmniejszą spólną wielokrotność liczb: **42.** 240, 150. **43.** 1270, 936. **44.** 1415, 550. **45.** 945, 360. **46.** 8653, 3054. **47.** 944, 708, 531. **48.** 1776, 1332, 1184. **49.** 3232, 2424, 1818. **50.** 3800, 3024, 2160. **51.** 240, 225, 150, 135. **52.** 720, 576, 480, 432. **53.** 885, 708, 590, 531. **54.** 528, 396, 297, 165, 110. **55.** 1728, 1296, 972, 540, 360.

UŁAMKI ZWYCZAJNE WOGÓLE.

(Art. 12 i 13.) **56**. Całkowitą z ułamkiem włączyć w ułamek: *a*) $5\frac{7}{11}$; *b*) $24\frac{5}{12}$; *c*) $103\frac{7}{8}$; *d*) $52\frac{4}{15}$; *e*) $37\frac{2}{5}$; *f*) $45\frac{6}{17}$.

57. Liczby 5, 8, 27, 34, 210 przedstawić jako ułamki z mianownikami: *a*) 6; *b*) 9; *c*) 15; *d*) 20.

58. Wyciągnąć całkowite z ułamków: *a*) $\frac{57}{11}$; *b*) $\frac{1000}{13}$; *c*) $\frac{2785}{16}$; *d*) $\frac{3481}{14}$; *e*) $\frac{3795}{31}$; *f*) $\frac{41167}{45}$; *g*) $\frac{11134}{41}$; *h*) $\frac{1275}{51}$.

59. Ktoś wypala dziennie tytoniu za $\frac{1}{8}$ rs. Za ile rs. wypali go w ciągu roku (365-u dni)?

60. Kupiec każdemu nabywającemu 1 funt herbaty naddawał jej $\frac{1}{16}$ funta. W ciągu miesiąca wypadło mu tak postąpić 275 razy. Ile poszło funtów herbaty na te dodatki?

61. Myto mostowe wynosiło po $\frac{1}{20}$ rs. od konia. W ciągu dnia zebrano $18\frac{7}{20}$ rs. Od ilu koni pobrano myto?

(Art. 14.) **62**. Jaka jest: *a*) 20-a część 249-u; *b*) 32-a część 575-u; *c*) 125-a część 1349-u; *d*) 9-a część 145-u *kg*?

63. Jaki jest iloraz z podzielenia: *a*) 1329 arszynów przez 25 arszynów; *b*) 3473 *kg* przez 18 *kg*?

64. Kupiono na wyprzedaży 349 książek po 4 książki za rubla. Ile zapłacono za kupione książki?

POWIĘKSZANIE LUB ZMNIEJSZANIE UŁAMKA ZWYCZAJNEGO CAŁKOWITĄ ILOŚĆ RAZY.

(Art. 15.) **65**. Znaleźć liczbę 8 razy większą od liczby: *a*) $\frac{5}{9}$; *b*) $\frac{5}{72}$; *c*) $\frac{19}{504}$; *d*) $2\frac{3}{56}$; *e*) $4\frac{1}{3}$.

66. Znaleźć liczbę 6 razy mniejszą od liczby: *a*) $\frac{1}{4}$; *b*) $\frac{12}{13}$; *c*) $1\frac{5}{7}$; *d*) $3\frac{3}{11}$; *e*) $3\frac{3}{11}$.

67. $\frac{3}{4}$ werszka wyrazić jako ułamek arszyna.

68. $\frac{1}{5}$ minuty wyrazić jako ułamek godziny.

69. $2\frac{1}{5}$ minuty wyrazić jako ułamek godziny.

70. $9\frac{3}{5}$ godziny wyrazić jako ułamek doby.

71. $17\frac{1}{7}$ minuty wyrazić jako ułamek godziny.

72. $7\frac{1}{5}$ miesiąca wyrazić jako ułamek roku.

73. $6\frac{1}{5}$ miesiąca wyrazić jako ułamek roku.

74. $\frac{3}{7}$ stopy wyrazić w calach. **75**. $\frac{17}{500}$ *m* wyrazić w *dm*.

76. $\frac{5}{24}$ roku wyrazić w miesiącach.

77. $\frac{5}{11}$ roku wyrazić w miesiącach.

78. $\frac{7}{256}$ korca wyrazić jako ułamek garnca.

79. $\frac{2}{8}$ korca wyrazić w garncach.

80. 3 ćwierci + 3 garnce wyrazić w ułamku korca.

81. Na dwu prętach, z których jeden jest 5 razy dłuższy od drugiego, zrobiono nacięcia w tej samej odległości od jednego ich końca. Przez to nacięcie oddzielona mniejsza część krótszego pręta

stanowi $\frac{2}{7}$ jego długości. Jaka część mniejsza długości pręta dłuższego jest przez owo na nim nacięcie oddzielona?

82. Z trzech liczb ułamkowych: $1\frac{2}{9}$, $3\frac{2}{3}$, $4\frac{8}{9}$ ile razy druga i trzecia są większe od pierwszej?

83. Kupiłem 4 książki. Jedna kosztuje $3\frac{3}{20}$ rs., druga 4 razy więcej niż pierwsza, trzecia 5 razy więcej niż pierwsza, a czwarta 3 razy mniej niż pierwsza. Ile kosztowały książki druga, trzecia i czwarta?

POSTACI I SKRACANIE UŁAMKA ZWYCZAJNEGO.

(Art. 17 i 18.) **84.** Napisać dziesięć ułamków, mających tę samą wartość, co ułamek $\frac{28}{98}$.

85. Skrócić ułamki: *a*) $\frac{48}{72}$; *b*) $\frac{27}{51}$; *c*) $\frac{17}{51}$; *d*) $\frac{165}{240}$; *e*) $\frac{847}{968}$.

86. Skrócić ułamki: *a*) $\frac{494}{779}$; *b*) $\frac{637}{2009}$; *c*) $\frac{1133}{1545}$; *d*) $\frac{7635}{11198}$; *e*) $\frac{10403}{10815}$; *f*) $\frac{2401}{3087}$; *g*) $\frac{6347}{8655}$; *h*) $\frac{8830}{18543}$.

87. $\frac{3}{4}$ minuty wyrazić jako ułamek godziny.

88. $\frac{3}{4}$ godziny wyrazić jako ułamek doby.

89. $3\frac{3}{4}$ minuty wyrazić jako ułamek godziny.

90. $5\frac{1}{7}$ godziny wyrazić jako ułamek doby.

91. 14 godzin + 24 minuty wyrazić jako ułamek doby.

92. $14^0\ 24'$ wyrazić jako ułamek okręgu koła.

93. $8\ dm^2 + 75\ cm^2$ wyrazić jako ułamek m^2.

94. Z dwu sznurków jeden był 6 razy dłuższy od drugiego. Od mniejszego odcięto $\frac{1}{6}$ jego długości i takiż kawałek odcięto od sznurka większego. Jaka część sznurka większego pozostała?

95. Trzy komornice wzięły mórg ziemi pod kartofle na odrobek za dni 24. Jedna ma odrobić 9 dni, druga 3, a trzecia resztę. Na jakiej części morga każda ma swoje kartofle posadzić?

96. Jaką częścią diesiatyny jest 1575 sażeni kw.?

97. Jaką częścią m^3 jest $415\ dm^3 + 625\ cm^3$?

98. Ile stopni, minut i sekund ma 256-a część okręgu koła?

99. Gdyby pierwszy z 101 wystrzałów dano w południe, a ostatni o godzinie 8-ej wieczór tegoż dnia, to co ile minut należy dawać wystrzały, iżby odstępy były jednakowe?

100. Jaki otrzymamy ułamek, gdy do licznika i do mianownika ułamka $\frac{3}{5}$ dodamy: *a*) po 1; *b*) po 3; *c*) po 5; *d*) po 7; *e*) po 9; *f*) po 11; *g*) po 13; *h*) po 15?

101. Jaki otrzymamy ułamek, gdy do licznika i do mianownika ułamka $\frac{2}{5}$ dodamy: *a*) po 1; *b*) po 4; *c*) po 7; *d*) po 10; *e*) po 13?

102. Jaki otrzymamy ułamek, gdy do licznika i do mianownika ułamka $\frac{7}{16}$ dodamy: *a*) po 2; *b*) po 8; *c*) po 11; *d*) po 14?

103. Jaki otrzymamy ułamek, gdy do licznika i do mianownika ułamka $\frac{5}{16}$ dodamy: *a*) po 6; *b*) po 17; *c*) po 28; *d*) po 39?

SPROWADZANIE UŁAMKÓW DO SPÓLNEGO MIANOWNIKA.

(Art. 19.) **103.** $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{9}$. **104.** $\frac{1}{6}$, $\frac{3}{8}$. **105.** $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{9}$. **106.** $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{9}$.
107. $\frac{7}{12}$, $\frac{4}{15}$, $\frac{5}{18}$. **108.** $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$. **109.** $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{4}{9}$. **110.** $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{25}$.
111. $\frac{5}{18}$, $\frac{5}{24}$, $\frac{5}{36}$. **112.** $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$. **113.** $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$.
114. $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{25}{36}$. **115.** $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{7}{24}$, $\frac{25}{36}$. **116.** $\frac{5}{24}$, $\frac{5}{48}$, $\frac{5}{72}$.
117. $\frac{41}{144}$, $\frac{125}{192}$, $\frac{103}{720}$. **118.** $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{11}$, $\frac{3}{13}$, $\frac{4}{17}$. **119.** $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{15}$, $\frac{13}{25}$, $\frac{191}{1000}$.
120. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{11}{15}$, $\frac{17}{20}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{21}{50}$, $\frac{63}{100}$. **121.** $\frac{535}{10403}$, $\frac{505}{11021}$.

PORÓWNYWANIE WARTOŚCI UŁAMKÓW ZWYCZAJNYCH.

(Art. 20.) **122.** Nie zmieniając postaci żadnego z ułamków $\frac{7}{15}$, $\frac{8}{13}$, $\frac{8}{15}$, wnieść, który z nich jest największy, a który najmniejszy.

123. Nie zmieniając postaci żadnego z ułamków $\frac{8}{15}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{9}{11}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{9}{13}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{8}{13}$, wypisać je w takim porządku, iżby każdy był większy od następującego.

124. Który z ułamków $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{11}{15}$ jest największy, a który najmniejszy?

125. Ułamki $\frac{7}{10}$, $\frac{11}{15}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$ wypisać w takim porządku, iżby każdy był większy od następującego.

126. Ułamki $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{13}{24}$, $\frac{11}{35}$ wypisać w takim porządku, iżby każdy był mniejszy od następującego.

127. Z pieniędzy, zebranych na majówkę, wyszło $\frac{3}{11}$ na przyrządy do zabawy, $\frac{1}{3}$ na drogę, $\frac{4}{15}$ na jedzenie, a reszta na datki woźnicom i t. p. Który z trzech wydatków, na przyrządy, na drogę i na jedzenie, był największy, a który najmniejszy?

128. Europa zajmuje $\frac{1}{14}$, Azya $\frac{9}{28}$, Afryka $\frac{2}{9}$, Ameryka $\frac{2}{7}$, Australia $\frac{1}{15}$ suchego lądu. Wypisać części świata według ich wielkości, poczynając od największej.

129. Do licznika i do mianownika ułamka $\frac{3}{5}$ dodajmy raz po 3, drugim razem po 7, trzecim razem po 11, a czwartym razem po 15. Wypiszmy te 5 ułamków (po skróceniu ich) w takim porządku, iżby każdy był większy od następującego.

130. Tak licznik jak i mianownik ułamka $\frac{9}{25}$ raz powiększmy o 3, drugim razem powiększmy o 11, a trzecim razem zmniejszmy o 5. Wypiszmy te 4 ułamki w takim porządku, iżby każdy był większy od następującego.

131. Do licznika i do mianownika ułamka $\frac{7}{5}$ dodajmy raz po 3, drugim razem po 7, trzecim razem po 11, czwartym razem po 25, a nadto od licznika i od mianownika tegoż ułamka $\frac{7}{5}$ odejmijmy raz po 2, drugim razem po 3. Wypiszmy te 7 liczb w takim porządku, iżby każda była większa od następującej.

DODAWANIE UŁAMKÓW ZWYCZAJNYCH.

(Art. 22 i 24.) Wykonać dodawanie: **132.** $\frac{3}{10}+\frac{5}{16}+\frac{11}{16}+\frac{1}{16}$.
133. $\frac{14}{15}+\frac{1}{15}+\frac{8}{15}+\frac{4}{15}$. **134.** $\frac{17}{32}+\frac{5}{32}+\frac{1}{32}+\frac{9}{32}$.
135. $\frac{85}{111}+\frac{34}{111}+\frac{22}{111}+\frac{7}{111}$. **136.** $\frac{5}{12}+\frac{5}{16}$. **137.** $\frac{11}{111}+\frac{5}{74}$.
138. $\frac{7}{1025}+\frac{4}{615}$. **139.** $\frac{50}{927}+\frac{35}{412}$. **140.** $\frac{3}{8}+\frac{8}{15}$. **141.** $\frac{5}{8}+\frac{7}{125}$.
142. $\frac{8}{9}+\frac{2}{25}$. **143.** $\frac{5}{12}+\frac{5}{16}+\frac{5}{9}$. **144.** $\frac{3}{8}+\frac{7}{12}+\frac{1}{9}+\frac{5}{18}+\frac{3}{4}$.
145. $\frac{7}{15}+\frac{5}{12}+\frac{7}{120}+\frac{1}{6}+\frac{11}{24}+\frac{13}{30}$. **146.** $\frac{5}{6}+\frac{11}{13}+\frac{1}{26}+\frac{11}{39}+\frac{3}{52}$.
147. $\frac{5}{7}+\frac{3}{4}+\frac{6}{11}+\frac{1}{12}$. **148.** $\frac{3}{5}+\frac{2}{3}+\frac{4}{7}+\frac{5}{9}+\frac{1}{12}$. **149.** $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{4}{5}$.
150. $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}+\frac{7}{11}$. **151.** $2\frac{7}{12}+3\frac{4}{15}+10\frac{5}{18}$. **152.** $108\frac{5}{18}+27\frac{5}{24}+165\frac{5}{36}$.
153. $2\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+3\frac{1}{25}+5\frac{1}{30}$. **154.** $4\frac{1}{2}+2\frac{2}{3}+7\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+10\frac{5}{6}$.
155. $3\frac{3}{4}+4\frac{2}{9}+5\frac{5}{18}+6\frac{25}{36}$. **156.** $10\frac{1}{8}+3\frac{2}{5}+7\frac{13}{25}+\frac{191}{1000}$.
157. $\dfrac{8+4\times3+5\times7-(7-4)-6\times2}{8+7\times5-(20-3)}+\dfrac{35-(40-25):3+7}{276-(35-12)\times10+6}+3\frac{3}{4}=?$

158. Kupiłem książek za $6\frac{3}{4}$ rs., a papieru za $1\frac{3}{5}$ rs. Zostało mi $8\frac{8}{10}$ rs. Ile miałem wszystkich pieniędzy?

159. Połowę moich pieniędzy wydałem na książkę, czwartą ich część na papier i przybory do pisania, $\frac{3}{16}$ na karty geograficzne, a za $\frac{1}{32}$ kupiłem owoców. Jaką część pieniędzy wydałem?

160. Jedna beczka ma objętości 164 *l*, druga 182 *l*, a trzecia 173 *l*. Do tych beczek nalano wody tak, iż w każdej woda zajmuje piątą część beczki. Ile *l* wody jest w tych trzech beczkach?

161. Naprzeciwko siebie z dwu miejsc wyszli jednocześnie dwaj podróżni. Pierwszy mógłby całą odległość przejść w 12-u, drugi zaś w 10-u godzinach. Na jaką część całej odległości zbliżą się do siebie po upływie jednej godziny?

162. Do zbiornika prowadzą cztery rury. Jedna napełniłaby zbiornik w ciągu $1\frac{1}{2}$ doby, druga w ciągu 30-u godzin, trzecia w ciągu 18-u godzin, a czwarta w ciągu doby. Jaką część próżnego zbiornika wypełni woda w ciągu godziny, gdy jednocześnie będą otwarte wszystkie 4 rury?

163. Jednego dnia wydałem na owoce $\frac{1}{5}$ rs., drugiego o $\frac{1}{20}$ rs. więcej niż pierwszego, trzeciego o $\frac{1}{50}$ rs. więcej niż drugiego, czwartego 2 razy więcej niż drugiego, a piątego 4 razy mniej niż pierwszego. Ile rubli wydałem na owoce w ciągu tych 5-u dni?

164. Pierwszego dnia wydałem $1\frac{3}{4}$ rs., drugiego o $1\frac{3}{5}$ rs. więcej niż pierwszego, trzeciego o $1\frac{3}{5}$ rs. więcej niż drugiego, czwartego o $1\frac{3}{5}$ rs. więcej niż trzeciego, a piątego o $1\frac{3}{5}$ rs. więcej niż czwartego. Ile wydałem w ciągu tych pięciu dni?

165. Ciało puszczone swobodnie przebiega w pierwszej sekundzie $4\frac{9}{10}$ *m*, a w każdej następnej o $9\frac{4}{5}$ *m* więcej niż w poprzedniej. Jaka byłaby wysokość wieży, z której szczytu kamień swobodnie puszczony spadałby na ziemię przez 6 sekund?

166. Kupiłem 4 książki. Jedna kosztuje $3\frac{3}{20}$ rs., druga 4 razy więcej niż pierwsza, trzecia 5 razy więcej niż pierwsza, a czwar-

ta 3 razy mniej niż pierwsza. Ile rubli wydałem na te 4 książki?

167. Przy drodze jest 5 szczególnych kamieni. Od pierwszego do drugiego jest $\frac{3}{4}$, od drugiego do trzeciego jest $\frac{1}{10}$, a od trzeciego do czwartego jest $\frac{1}{20}$ odległości między pierwszym kamieniem a piątym, od czwartego zaś kamienia do piątego jest 160 sażeni. Jaka jest odległość pierwszego z tych kamieni od piątego?

ODEJMOWANIE UŁAMKÓW ZWYCZAJNYCH.

(Art. 26, 27.) Wykonać odejmowanie: **168.** $\frac{9}{32}-\frac{3}{22}$. **169.** $\frac{3}{4}-\frac{2}{5}$. **170.** $\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$. **171.** $\frac{8}{15}-\frac{5}{24}$. **172.** $\frac{44}{111}-\frac{17}{74}$. **173.** $\frac{5}{132}-\frac{4}{165}$. **174.** $7\frac{3}{4}-2\frac{1}{6}$. **175.** $8\frac{11}{12}-3\frac{7}{16}$. **176.** $105\frac{5}{18}-66\frac{4}{45}$. **177.** $8\frac{49}{120}-2\frac{25}{144}$. **178.** $4-\frac{8}{11}$. **179.** $9-\frac{7}{15}$. **180.** $11-2\frac{3}{4}$. **181.** $100-89\frac{5}{12}$. **182.** $4\frac{1}{3}-3\frac{1}{2}$. **183.** $7\frac{2}{5}-5\frac{3}{4}$. **184.** $25\frac{2}{8}-17\frac{3}{4}$. **185.** $39\frac{1}{9}-28\frac{1}{7}$. **186.** $\frac{31}{216}-\frac{17}{252}$. **187.** $\frac{113}{504}-\frac{71}{630}$. **188.** $10\frac{7}{8}+7\frac{3}{4}-(13\frac{3}{5}+1\frac{1}{10}+1\frac{2}{15})+\frac{3}{4}=?$

189. $\frac{(3+20)\times(47-25)-(325-175)\times 3+528:8}{(324-144):10}-\frac{45-(50-12:2):2}{17\times 20-(676-32):2}=?$

190. $19\frac{17}{30}-(4\frac{3}{4}+1\frac{7}{12}-2\frac{4}{9})-(14-\frac{5}{8}-\frac{3}{5}-\frac{3}{4})+3\frac{7}{24}+(3\frac{11}{15}-\frac{87}{60})=?$

191. $45\frac{3}{4}-\{18-[6\frac{2}{3}-(4\frac{3}{5}-1\frac{3}{8})-1\frac{1}{2}]-\frac{3}{10}\}-2\frac{2}{5}=?$

192. $100\frac{5}{6}-\{80\frac{1}{4}-[35\frac{2}{3}-(18\frac{1}{10}-3\frac{4}{5})]-[28\frac{2}{5}-(7\frac{3}{8}-2\frac{1}{12})]+2\frac{1}{2}\}=?$

193. $68\frac{5}{12}-\{45\frac{3}{5}-[37\frac{1}{2}-(15\frac{2}{3}-4\frac{5}{6})-2\frac{7}{15}]+3\frac{7}{12}-(2\frac{1}{2}-1\frac{1}{12})\}=?$

194. Jaką liczbę trzeba dodać: *a*) do $2\frac{3}{4}$, aby otrzymać $9\frac{5}{6}$; *b*) do $2\frac{5}{6}$, aby otrzymać $9\frac{3}{4}$; *c*) do $18\frac{3}{16}$, aby otrzymać $20\frac{1}{18}$; *d*) do $63\frac{5}{11}$, aby otrzymać 100?

195. Z 2500 pudów śpiżu ulano 2 dzwony. Na jeden wyszło $\frac{8}{15}$ wszystkiego śpiżu, a na drugi reszta. O ile pudów jest pierwszy dzwon cięższy od drugiego?

196. Kupiłem herbaty za szóstą część moich pieniędzy, a cukru za siódmą ich część, i wydałem na herbatę o 3 rs. więcej, niż na cukier. Ile miałem pieniędzy?

197. Mam wstążkę. Gdyby była dłuższa o $6\frac{3}{4}$ łokcia, to byłaby o $2\frac{1}{5}$ łokcia krótsza od 16 łokci. Jaka jest długość wstążki?

198. W beczce było 174 *l* wina. Raz odlano $12\frac{3}{4}$ *l*, drugim razem o $7\frac{5}{8}$ *l* więcej niż pierwszym, trzecim razem o $2\frac{1}{2}$ *l* mniej niż drugim, a czwartym razem o $5\frac{3}{4}$ *l* więcej niż trzecim razem. Ile *l* wina pozostało w beczce?

199. Od linki długiej na $20\frac{1}{2}$ arszyna odcięto raz $3\frac{1}{4}$ arszyna, drugim razem o $6\frac{1}{2}$ arszyna więcej niż pierwszym, a trzecim razem o $2\frac{3}{5}$ arszyna mniej niż drugim. Jaka jest długość reszty linki?

200. Jaką liczbę trzeba dodać do sumy liczb $1\frac{7}{8}$, $2\frac{5}{6}$, $3\frac{7}{12}$, aby otrzymać różnicę liczb $25\frac{1}{9}$ i $3\frac{3}{4}$?

201. Przez jedną rurę próżny zbiornik może być napełniony w ciągu 18-u godzin, a przez drugą w ciągu 30-u godzin, przez

trzecią rurę pełny zbiornik może być opróżniony w ciągu doby, a przez czwartą w ciągu $1\frac{1}{2}$ doby. Jaka część próżnego zbiornika będzie wypełniona po upływie godziny, jeżeli naraz będą otworzone wszystkie cztery rury?

202. Robotnik wykonał $\frac{13}{15}$ roboty w ciągu 4-ch dni, mianowicie: pierwszego dnia $\frac{1}{8}$, drugiego $\frac{1}{5}$ roboty, a trzeciego tyle, co w dwu pierwszych dniach razem. Jaką część roboty wykonał czwartego dnia?

203. Wydałem na książki $\frac{3}{4}$ moich pieniędzy, a $\frac{1}{12}$ ich część na materyały piśmienne. Jaka część pieniędzy mi pozostała?

204. Spadek rozdzielono między czworo dzieci tak, iż jedno otrzymało $\frac{1}{3}$, drugie $\frac{1}{4}$, trzecie $\frac{1}{8}$ część spadku, a czwarte resztę. Jaką część spadku otrzymało czwarte dziecko?

205. Jedna książka kosztuje $6\frac{2}{5}$ rs., druga jest 4 razy tańsza niż pierwsza, a trzecia 2 razy tańsza niż druga. Chciałbym je wszystkie kupić, a mam $7\frac{3}{20}$ rs. Ile pieniędzy mi brak?

206. Miałem 37 rs. Pierwszego dnia wydałem 4-tą część tej sumy, drugiego piątą, trzeciego dnia 2 razy mniej niż drugiego, a czwartego dnia tyle, o ile więcej wydałem pierwszego dnia niż trzeciego. Ile mi pieniędzy pozostało?

207. Miałem 22 rs. Pierwszego dnia wydałem 5-tą część tej sumy, drugiego połowę reszty, a trzeciego połowę tego, co mi po dwu dniach pozostało. Ile wydałem razem pieniędzy w tych 3-ch dniach?

208. Chłopiec podbił palantem piłkę, mierząc do celu oddalonego o 300 arszynów. Piłka biegła w należytym kierunku, ale przebiegła tylko $\frac{5}{8}$ odległości, poczem odbiła się dwa razy, przebiegając raz $\frac{1}{4}$, a drugim razem $\frac{3}{32}$ odległości. Jak daleko przed celem zatrzymała się piłka?

209. Ciało swobodnie spadające przebiegło w ostatniej sekundzie $44\frac{1}{10}$ *m*, a w każdej poprzedniej przebiegało coraz mniej o $9\frac{4}{5}$ *m*. Z jakiej wysokości spadło to ciało?

210. Według budżetu na rok przeszły dochody miasta, mającego $150\,690\frac{1}{2}$ rs. funduszu zapasowego, miały wynieść 82 456 rs., a wydatki 81 305 rs. Po zamknięciu rachunków okazało się, że dochody były większe o $9403\frac{1}{5}$ rs., a chociaż z wydatków, przewidywanych w budżecie, nieuskuteczniono ich na sumę 12 087 rs., to jednak inne wydatki były większe o $3490\frac{7}{25}$ rs. od przewidywanych, a nadto były wydatki nieprzewidziane w budżecie na sumę $18\,504\frac{1}{2}$ rs. Jaki w końcu roku pozostał miastu fundusz zapasowy?

(Art. 28.) **211.** Jeżeli do jednego składnika sumy dodamy $3\frac{2}{5}$, od drugiego odejmiemy $7\frac{1}{2}$, od trzeciego $10\frac{5}{6}$, a do czwartego dodamy $4\frac{1}{3}$, to jak się zmieni owa suma?

212. Jeżeli do odjemnej dodamy $7\frac{2}{5}$, a do odjemnika $10\frac{3}{4}$, to jak się zmieni różnica?

213. Jeżeli od odjemnej odejmiemy $7\frac{5}{6}$, a do odjemnika dodamy $2\frac{7}{8}$, to jak się zmieni różnica?

MNOŻENIE UŁAMKÓW ZWYCZAJNYCH.

(Art. 30 — 33.) Wykonać mnożenie: **214**. *a*) $\frac{5}{18}\times 7$; *b*) $\frac{5}{18}\times 6$. **215**. *a*) $\frac{7}{45}\times 6$; *b*) $\frac{7}{45}\times 9$; *c*) $\frac{7}{45}\times 4$. **216**. *a*) $5\times\frac{4}{7}$; *b*) $5\times\frac{4}{25}$. **217**. $37\times\frac{85}{111}$. **218**. *a*) $\frac{7}{12}\times\frac{5}{8}$; *b*) $\frac{7}{12}\times\frac{4}{35}$. **219**. $\frac{5}{91}\times\frac{39}{55}$. **220**. $\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\times\frac{5}{6}$. **221**. $\frac{7}{12}\times\frac{20}{21}\times\frac{24}{25}\times\frac{3}{8}$. **222**. $\frac{25}{111}\times\frac{89}{49}\times\frac{74}{117}\times\frac{7}{20}$. **223**. *a*) $5\frac{1}{6}\times 3$; *b*) $5\frac{1}{6}\times 5$; *c*) $5\frac{1}{6}\times 12$. **224**. *a*) $7\frac{2}{15}\times 3$; *b*) $7\frac{2}{15}\times 5$; *c*) $7\frac{2}{15}\times 7$; *d*) $7\frac{2}{15}\times 12$. **225**. *a*) $8\frac{3}{4}\times\frac{3}{7}$; *b*) $8\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}$; *c*) $8\frac{3}{4}\times 3\frac{1}{5}$. **226**. *a*) $2\frac{3}{111}\times\frac{3}{5}$; *b*) $2\frac{3}{111}\times\frac{37}{50}$; *c*) $2\frac{3}{111}\times\frac{74}{125}$; *d*) $2\frac{3}{111}\times 2\frac{24}{25}$.

227. $3\frac{6}{25}\times 1\frac{10}{39}\times 3\frac{19}{27}\times 11\frac{2}{3}\times 10\frac{2}{5}$.

228. $22\frac{1}{5}\times 8\frac{3}{4}\times 1\frac{13}{37}\times 24\frac{2}{7}\times 3\frac{47}{51}\times\frac{3}{20}$.

229. $\frac{34-(13-7)\times 4-(25-13):4}{(5+3)\times(5-3)+(62-35):3}\times\frac{100-(13-8)\times 11}{(13-8)\times(7-4)\times 2-96:6}=?$

230. $(8\frac{3}{5}-2\frac{2}{3}+3\frac{1}{2})\times 5\frac{1}{4}-(8-7\frac{5}{12})\times 4\frac{4}{5}=?$

231. $84\frac{1}{2}-(8\frac{7}{15}+2\frac{13}{60})\times(11\frac{3}{4}-9\frac{7}{8})=?$

232. $70\frac{3}{5}+(2\frac{1}{2}-\frac{13}{15})\times(6\frac{5}{6}-2\frac{7}{12}-1\frac{3}{4})\times 2\frac{2}{5}+3\frac{1}{2}=?$

233. $2\frac{1}{6}+[18\frac{3}{5}-(4\frac{2}{3}-3\frac{1}{5})\times(8\frac{1}{2}-7\frac{3}{5})]-2\frac{1}{2}=?$

234. $[(6\frac{4}{5}+3\frac{2}{5})\times 2\frac{6}{17}-(4\frac{14}{23}-3\frac{22}{23})\times 1\frac{29}{40}]\times 2\frac{2}{3}+5=?$

235. $[(11\frac{1}{6}-6\frac{17}{18})\times 2\frac{1}{2}+4\frac{1}{3}\times\frac{3}{13}]\times\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=?$

236. $43\frac{3}{4}\times 4\frac{4}{15}+\{[3\frac{1}{2}-(2\frac{3}{4}-1\frac{4}{5})]\times 2\frac{1}{2}+1\frac{1}{4}\}\times 3\frac{1}{5}-4=?$

237. Metr wstążki kosztuje $\frac{3}{4}$ rs. Ile się należy: *a*) za $\frac{2}{3}$ *m*; *b*) za $\frac{5}{6}$ *m*; *c*) za $\frac{3}{4}$ *m*; *d*) za $\frac{5}{12}$ *m*; *e*) za $\frac{3}{5}$ *m*?

238. Miałem $\frac{18}{25}$ rs. Ile jest: *a*) $\frac{2}{3}$ tej kwoty; *b*) $\frac{5}{6}$ tej kwoty; *c*) $\frac{5}{9}$ tej kwoty; *d*) $\frac{2}{9}$ tej kwoty; *e*) $\frac{5}{18}$ tej kwoty; *f*) $\frac{3}{4}$ tej kwoty; *g*) $\frac{25}{36}$ tej kwoty; *h*) $\frac{25}{48}$ tej kwoty?

239. Ile jest: *a*) $\frac{3}{4}$ liczby 16; *b*) $\frac{2}{3}$ liczby 5; *c*) $\frac{3}{5}$ liczby $\frac{2}{3}$; *d*) $\frac{3}{7}$ liczby $\frac{35}{81}$; *e*) $\frac{12}{49}$ liczby $\frac{7}{48}$; *f*) $\frac{16}{25}$ liczby $\frac{35}{64}$?

240. Ile jest: *a*) $\frac{5}{6}$ liczby $1\frac{3}{55}$; *b*) $\frac{8}{9}$ liczby $1\frac{1}{8}$; *c*) $\frac{5}{7}$ liczby $3\frac{4}{15}$; *d*) $\frac{9}{11}$ liczby $4\frac{5}{18}$?

241. Kupiec nabył najpierw 27 *m* sukna po $6\frac{2}{5}$ rs. za 1 *m*, potem jeszcze 34 *m* po $7\frac{1}{2}$ rs. za 1 *m*, a sprzedał wszystko sukno po 8 rs. za 1 *m*. Ile miał czystego zysku?

242. Za $\frac{1}{4}$ pieniędzy, które posiadałem, kupiłem 4 książki, a za każdą zapłaciłem $\frac{4}{5}$ rs. Ile mi pieniędzy pozostało?

243. Piotr miał $12\frac{3}{4}$ rs., a Jan $11\frac{1}{4}$ rs. Piotr wydał $\frac{4}{15}$, a Jan $\frac{8}{15}$ swych pieniędzy. O ile Piotrowi pozostało pieniędzy więcej niż Janowi?

244. Miałem $20\frac{4}{5}$ rs.; $\frac{3}{16}$ tej sumy wydałem na kapelusz, a $\frac{2}{5}$ tejże sumy na książkę. Ile mi się pieniędzy zostało?

245. Miałem $20\frac{1}{2}$ rs., z czego za $\frac{1}{10}$ kupiłem książkę, za $\frac{1}{4}$ atlas geograficzny, a $\frac{6}{13}$ pieniędzy pozostałych wydałem na podarunek dla brata. Ile rubli mi pozostało?

246. Kucharz, którego płaca roczna wynosi $784\frac{4}{5}$ rs., odchodzi, wysłużywszy 7 miesięcy. Wybrał zasług $45\frac{3}{4}$ rs. Ile mu się jeszcze należy?

247. Jeden *hl* pszenicy waży 78 *kg*; sprzedano 1 *q* pszenicy za $26\frac{1}{2}$ rs.; ile zapłacono za 1 *hl* pszenicy?

248. Próżny zbiornik, mający objętości 500 wiader, jedna rura może napełnić w ciągu 12-u godzin, a druga w ciągu 24-ch godzin. Ile wiader wody wpłynie do próżnego zbiornika przez obie rury w ciągu 5-u godzin?

249. Mój ogród warzywny ma $3\frac{1}{2}$ diesiatyny; na $\frac{1}{8}$ jego części zasadziłem buraki, na $\frac{3}{10}$ kapustę, na $\frac{7}{20}$ marchew, a na reszcie ziemniaki. Jaką część diesiatyny zajmują ziemniaki?

250. Trzy place w mieście zajmują razem $53\frac{1}{3}$ *ha*; pierwszy ma $\frac{3}{8}$, a drugi $\frac{5}{16}$ tej rozległości. Ile należałoby zapłacić za każdy z tych placów, licząc po $1\frac{1}{5}$ rs. za 1 m^2?

251. Dwaj młynarze przywieźli na targ mąkę; jeden miał 7 worków po $60\frac{3}{5}$ funta w każdym, a drugi 9 worków po $57\frac{3}{4}$ funta w każdym. Pierwszy sprzedał $\frac{4}{9}$ swej mąki, a drugi $\frac{7}{11}$. Ile funtów mąki niesprzedanej zostało im obu razem?

252. W składzie jest prochu jednego gatunku w workach po 18 funtów, a innego w workach po 20 funtów. Ktoś wziął 12 worków prochu tak zmieszanego, iż do każdego worka weszło $\frac{3}{5}$ worka pierwszego gatunku i $\frac{2}{5}$ worka drugiego gatunku, a mieszaninę tę zgodził po $3\frac{3}{4}$ rs. za 1 funt. Ile ma zapłacić za ten proch?

253. Kupiec nabył 184 pudów towaru po $1\frac{1}{4}$ rs. za 1 pud; za transport zapłacił 65 rs.; $\frac{3}{16}$ tego towaru uległy zniszczeniu, a resztę sprzedał po $1\frac{3}{5}$ rs. za 1 pud. Ile na tym towarze stracił?

254. Kupiec nabył $2\frac{1}{2}$ *q* kawy po $3\frac{1}{4}$ rs. za 1 *kg*, a transport kosztował go $38\frac{3}{5}$ rs. Sprzedał $\frac{3}{10}$ tego zapasu po $3\frac{3}{4}$ rs., $\frac{1}{4}$ po $3\frac{4}{5}$ rs., a resztę po $3\frac{9}{10}$ rs. za 1 *kg*. Ile na tym towarze zarobił?

255. W poniedziałek wydałem $\frac{4}{15}$ moich pieniędzy, a we wtorek $\frac{3}{10}$ tejże sumy, mianowicie o $\frac{4}{5}$ rs. więcej niż w poniedziałek. Ile rubli wydałem w poniedziałek i we wtorek razem?

256. Kupiec zapłacił tę samę ilość pieniędzy za każdy z dwu postawów sukna. Pierwszy ma $78\frac{3}{4}$ łokcia długości a szerokości $110\frac{1}{2}$ łokcia, drugi zaś ma długości $89\frac{2}{3}$ łokcia a szerokości $95\frac{1}{2}$ łokcia. Które sukno jest droższe?

257. Brukarzom należy się po 40 kop. od 1 arszyna kw. Wybrukowali trzy ulice, z których jedna ma szerokości 11 arszynów a długości $79\frac{1}{2}$ arszyna, druga ma szerokości $10\frac{3}{4}$ arszyna a długości $67\frac{2}{5}$ arszyna, trzecia zaś ma szerokości $12\frac{3}{5}$ arszyna a długości $103\frac{1}{4}$ arszyna. Ile się brukarzom za robotę należy?

258. Zbiornik ma kształt prostopadłościanu, którego długość jest $4\frac{1}{2}$ *m*, szerokość $2\frac{2}{3}$ *m*, a wysokość $1\frac{2}{3}$ *m*. Próżny zbiornik może jedna rura napełnić w ciągu 10-u, a druga w ciągu 12-u

godzin; pełny zaś zbiornik może być przez trzecią rurę opróżniony w ciągu 15-u godzin. Kiedy zbiornik był próżny, otwarto wszystkie trzy rury. Ile *hl* wody będzie w zbiorniku po upływie 2-u godzin i 24-ch minut?

259. Dwaj bracia otrzymali od ojca $9\frac{3}{5}$ rs. Starszy dostał $\frac{7}{12}$ tej sumy, a młodszy resztę; ale starszy dał od siebie młodszemu $\frac{1}{14}$ tego, co sam dostał. Który z braci miał więcej i o ile więcej?

260. Sprzedałem naprzód $\frac{2}{5}$ postawu sukna, a następnie $\frac{5}{6}$ resztki. Zostało $7\frac{1}{4}$ arszyna. Za 1 arszyn brałem po $4\frac{4}{5}$ rs. Ile wziąłem za sprzedane sukno?

261. Przedsiębiorca miał usypać żwirówkę długości 7740 sażeni. W pierwszym miesiącu zrobił $\frac{2}{5}$ drogi, w drugim $\frac{1}{3}$ pozostałej drogi, w trzecim $\frac{1}{4}$ tego, co po dwu miesiącach do zrobienia pozostało, a w czwartym miesiącu ukończył robotę. Ile sażeni drogi usypał w czwartym miesiącu?

(Art. 34.) **262.** Jakie są odwrotności liczb: *a*) $\frac{17}{25}$; *b*) $\frac{15}{101}$; *c*) $\frac{17}{1000}$; *d*) 0·0125; *e*) 25; *f*) 7; *g*) $\frac{1}{8}$; *h*) $\frac{1}{1000}$; *i*) $4\frac{4}{5}$; *k*) $1000\frac{1}{3}$; *l*) $2857\frac{1}{7}$.

DZIELENIE UŁAMKÓW ZWYCZAJNYCH.

(Art. 37—39.) Wykonać dzielenie: **263.** *a*) $\frac{12}{17}:5$; *b*) $\frac{12}{17}:3$; *c*) $\frac{12}{17}:4$; *d*) $\frac{12}{17}:12$; *e*) $\frac{12}{17}:36$. **264.** *a*) $\frac{91}{100}:4$; *b*) $\frac{91}{100}:13$; *c*) $\frac{91}{100}:52$. **265.** $\frac{11388}{4095}:146$. **266.** *a*) $40:\frac{3}{7}$; *b*) $40:\frac{5}{7}$; *c*) $40:\frac{6}{7}$. **267.** *a*) $156:\frac{11}{35}$; *b*) $156:\frac{12}{35}$; *c*) $156:\frac{9}{35}$; *d*) $156:\frac{26}{35}$; *e*) $156:\frac{24}{35}$. **268.** *a*) $\frac{8}{11}:\frac{3}{5}$; *b*) $\frac{8}{11}:\frac{2}{5}$; *c*) $\frac{8}{11}:\frac{5}{11}$; *d*) $\frac{8}{11}:\frac{33}{56}$. **269.** *a*) $\frac{49}{74}:\frac{2}{3}$; *b*) $\frac{49}{74}:\frac{1}{2}$; *c*) $\frac{49}{74}:\frac{7}{37}$; *d*) $\frac{49}{74}:\frac{35}{111}$. **270.** *a*) $2\frac{3}{4}:33$; *b*) $33:2\frac{3}{4}$. **271.** $14\frac{2}{7}:1\frac{11}{14}$. **272.** $44\frac{4}{9}:5\frac{13}{15}$. **273.** $13\frac{8}{25}:9\frac{13}{15}$.

274. *a*) $\left(\frac{5}{7}:\frac{3}{11}\right)\times 3\frac{1}{2}\times\frac{9}{11}=?$ *b*) $\left[\frac{5}{7}:\left(\frac{3}{11}\times 3\frac{1}{2}\right)\right]\times\frac{9}{11}=?$ *c*) $\frac{5}{7}:\left(\frac{3}{11}\times 3\frac{1}{2}\times\frac{9}{11}\right)=?$

275. $\left(2\frac{1}{3}\times\frac{5}{49}\times\frac{9}{15}\right):\left(\frac{4}{33}\times 5\frac{3}{8}\times\frac{11}{86}\times 2\frac{4}{7}\right)=?$

276. $\left[\frac{9}{49}\times\left(4\frac{1}{3}-3\frac{5}{9}\right)\left(5\frac{1}{2}-4\frac{47}{50}\right)\right]:\left[\left(7\frac{2}{3}+2\frac{3}{4}\right)\times 2\frac{3}{4}:130\frac{5}{24}\right]=?$

277. $5\frac{1}{2}:\left[\left(4\frac{5}{7}-1\frac{11}{14}\right)\times 4\frac{2}{3}+\left(3\frac{2}{9}-1\frac{5}{6}\right)\times\frac{18}{25}\right]=?$

278. $42\frac{2}{9}+9\frac{2}{3}-\left(\dfrac{2\frac{5}{6}-\frac{1}{3}}{\frac{6}{7}-\frac{3}{14}}-\dfrac{3\frac{1}{4}-2\frac{1}{3}}{4\frac{1}{6}+\frac{7}{8}}\right)+2\frac{9}{11}=?$

279. $\dfrac{\left(1\frac{1}{4}-\frac{4}{5}\right)\times 2\frac{1}{3}+\frac{11}{20}-\left(1\frac{7}{15}-\frac{2}{3}\right):1\frac{3}{5}}{\frac{1}{3}\times\left(2-\frac{9}{10}\right)}=?$

280. $\left(92\frac{1}{12}-78\frac{1}{4}\right):\left[\dfrac{3\frac{4}{35}\times 11\frac{2}{3}}{\left(1\frac{2}{9}-1\frac{1}{18}\right)\times 3}-\dfrac{\left(10\frac{3}{4}-1\frac{5}{6}\right)\times 2}{2\frac{2}{5}-1\frac{13}{20}}\right]=?$

281. Ile się należy za 1 łokieć wstążki, *a*) jeżeli za $2\frac{1}{2}$ łokcia zapłacono 75 kop.; *b*) jeżeli za $\frac{2}{5}$ łokcia zapłacono 12 kop.; *c*) jeżeli za $\frac{3}{8}$ łokcia zapłacono $\frac{3}{10}$ rs.; *d*) jeżeli za $\frac{5}{9}$ łokcia zapłacono 1 rs.; *e*) jeżeli za $\frac{3}{10}$ łokcia zapłacono $\frac{9}{25}$ rs.?

282. Za $\frac{3}{4}$ rs. kupiłem wstążki, której łokieć kosztuje $\frac{2}{5}$ rs. Ile łokci wstążki kupiłem?

283. Rozwiązawszy zadanie: »jeżeli 1 łokieć wstążki kosztuje $\frac{9}{10}$ rs., ile kosztuje $\frac{2}{3}$ łokcia tej wstążki«, ułożyć dwa względem niego odwrotne zadania na dzielenie.

284. Kupiec nabył 90 funtów towaru za $232\frac{4}{5}$ rs., a chce na sprzedaży zarobić 93 rs. Po ile ma sprzedawać 1 funt?

285. Pani zgodziła w sklepie resztkę sztuki materyi jedwabnej, $18\frac{1}{3}$ *m*, po $18\frac{3}{5}$ rs. za 1 *m*. Zmieniła jednak zamiar i zdecydowała się za czwartą część tej sumy wziąć materyi bawełnianej po 1 rs. 55 kop. za 1 *m*. Ile *m* wzięła?

286. Od sznurka, mającego $30\frac{5}{6}$ arszyna, odciąłem raz $5\frac{3}{5}$ arszyna, drugim razem $5\frac{1}{3}$ arszyna, trzecim razem $7\frac{1}{4}$ arszyna, a resztę pociąłem na 3 równe kawałki. Jak wielki jest każdy z tych trzech kawałków?

287. Trzy osoby mają $441\frac{3}{5}$ rs. rozdzielić między siebie tak, iżby pierwsza dostała o $12\frac{1}{2}$ rs., a druga o $15\frac{1}{4}$ rs. więcej niż trzecia. Ile dostanie każda?

288. Należność $60\frac{19}{20}$ rs. spłacił dłużnik w ratach tygodniowych. Przez pierwszych 7 tygodni płacił po $5\frac{1}{4}$ rs., a resztę w następnych tygodniach po $2\frac{1}{5}$ rs. W ciągu ilu tygodni spłacił cały dług?

289. Z całego postawu sukna kupiec sprzedał naprzód 6 arszyza $25\frac{1}{5}$ rs., a następnie po tej samej cenie resztę postawu za $264\frac{3}{5}$ rs. Ile arszynów miał ten postaw?

290. Złotnik zrobił z $5\frac{67}{80}$ *kg* srebra 3 pary świeczników, z których każdy ważył $\frac{2}{5}$ *kg*, 3 kubki, z których każdy ważył $\frac{3}{16}$ *kg*, a z reszty 15 jednakowych talerzyków. Ile ma zażądać za pół tuzina tych talerzyków, aby za 1 *kg* tego srebra wziąć 46 rs.?

291. Przez trzy godziny przeszedłem $9\frac{1}{4}$ *km*. Gdybym tak samo prędko szedł codziennie po 8 godzin, to w ciągu ilu dni przeszedłbym $647\frac{1}{2}$ *km*?

292. Wypłacono robotnikom, jednakowo zarabiającym, za dzień pracy razem $76\frac{1}{2}$ rs. Na 4-ch wypadło $10\frac{1}{5}$ rs. Ilu było wszystkich robotników?

293. Chłopiec przebiegł $\frac{4}{9}$ drogi w ciągu 18-u minut, a na minutę przebiega 124 arszyny. Ile arszynów ma owa droga?

294. Kupiec nabył 75 *m* sukna za $1132\frac{1}{2}$ rs. Sprzedał to sukno, zyskując na każdych 10-u *m* tyle, ile go kosztowały 2 *m*. Po ile sprzedawał 1 *m* tego sukna?

295. Dla czeladzi dworskiej potrzeba dziennie $8\frac{3}{4}$ kwarty mąki, a gospodyni ma w zapasie 5 worków mąki po $106\frac{3}{4}$ kwarty w każdym. Na ile dni wystarczy tego zapasu dla czeladzi?

296. Mam parę koni, którym każę dawać dziennie siana po $12\frac{1}{2}$ *kg*, a owsa po 22 *l*. Kupiłem 5 wozów siana po $5\frac{1}{4}$ *q* na każ-

dym, a owsa $6\frac{3}{5}$ *hl.* Na ile dni to siano i na ile dni ten owies powinny starczyć dla moich koni?

297. Przedsiębiorca budował drogę. W pierwszym miesiącu wykończył $\frac{7}{80}$, w drugim $\frac{3}{20}$, w trzecim $\frac{9}{40}$ drogi, a w czwartym resztę mianowicie $41\frac{1}{8}$ wersty. Jak wielka była cała droga?

298. Wziąłem raz $\frac{7}{60}$, drugim razem $\frac{11}{40}$, a trzecim razem $\frac{3}{25}$ sumy, którą miałem odłożoną; zostało się 1172 rs. Jaka była cała pierwotnie odłożona suma?

299. Obmyśliłem sobie pewną liczbę; gdy do niej dodam jej połowę, jej trzecią, jej czwartą, jej piątą i jej dwudziestą część, to otrzymam $16\frac{2}{3}$. Jaka jest owa liczba?

300. Kupiec w celu umorzenia swego długu dał raz towaru na $\frac{2}{9}$, drugim razem na $\frac{11}{45}$, a trzecim razem na $\frac{2}{5}$ swego długu, a prócz tego zapłacił gotówką raz 9120 rs, a drugim razem 5500 rs. Pozostał jeszcze dłużnym 11 200 rs. Jak wielki był cały dług kupca?

301. Omłócone zboże możnaby na jednej wialni oczyścić w 24-ch, na drugiej w 16-u, a na trzeciej w 48-u godzinach. W ciągu ilu godzin można oczyścić to zboże na wszystkich trzech wialniach razem?

302. Z dwu miejsc, oddalonych od siebie o $35\frac{3}{4}$ wersty, szli naprzeciwko siebie dwaj wędrowcy. Jeden szedł na godzinę po $3\frac{1}{4}$ wersty, a wyruszył wcześniej o godzinę niż drugi, który szedł na godzinę po $2\frac{1}{6}$ wersty. Po ilu godzinach od wyruszenia pierwszego z nich w drogę spotkają się z sobą?

303. Dwie osoby kupiły razem $49\frac{1}{2}$ arszyna sukna za $160\frac{3}{5}$ rs. Pierwsza dała pieniędzy o $43\frac{4}{5}$ rs. więcej niż druga. Ile arszynów sukna należy do pierwszej, a ile do drugiej osoby?

304. Kupiłem za $106\frac{1}{2}$ rs. dwa kawałki sukna, po 6 *m* w każdym i za lepsze sukno płaciłem o $2\frac{3}{4}$ rs. na jednym *m* więcej niż za gorsze. Ile zapłaciłem za 1 *m* każdego z tych dwu kawałków sukna?

305. Kupiłem 4 tuziny łyżeczek do kawy i tyleż łyżek deserowych. Wszystkie razem ważą $11\frac{1}{4}$ funta, a łyżka deserowa jest 4 razy cięższa od łyżeczki do kawy. Ile waży łyżka deserowa?

306. Sprzedawano na koncert bilety po 4 rs i po $2\frac{1}{4}$ rs. Wszystkich biletów sprzedano 451 i otrzymano z ich sprzedaży $1242\frac{1}{4}$ rs. Ile sprzedano droższych i ile tańszych biletów? (Gdyby wszystkie bilety sprzedano po $2\frac{1}{4}$ rs. i t. d.)

307. Grono 40-u osób wniosło pieniądze na składkowe śniadanie po $3\frac{1}{5}$ rs. Osiem z tych osób nie stawiło się, a zebranych pieniędzy oszczędzono tylko $3\frac{3}{5}$ rs. Jaki średnio był wydatek na jednę z osób, które w owem śniadaniu udział wzięły?

308. O godzinie $8\frac{1}{2}$ rano wyruszyłem do miasta oddalonego o 25 *km.* Szedłem na godzinę po $3\frac{1}{3}$ *km*, a w południe na obiad

i odpoczynek poświęciłem 2 godziny bez 10-u minut. O której godzinie przyszedłem do owego miasta?

309. Podróżny wyjechał o 11-tej rano i jedzie po $9\frac{3}{4}$ wersty na godzinę. O pierwszej popołudniu popędził za nim służący. Gdyby mógł jechać po 14 werst na godzinę, to o której godzinie dopędziłby swego pana?

310. Oddział wojska wyruszał 25-go lipca rano do obozu, w którym miał stanąć 5-go sierpnia wieczorem. W chwili wymarszu odebrał rozkaz, iżby w obozie stanął 3-go sierpnia wieczorem. Wskutek tego rozkazu oddział ów będzie musiał iść dziennie po $6\frac{1}{2}$ wersty więcej. Jaką drogę ma ten oddział do zrobienia?

311. Do zbiornika prowadzą wodę cztery rury; jedna w 18-u minutach napełnia $\frac{1}{24}$ zbiornika, druga w 12 minut napełnia $\frac{5}{48}$ zbiornika, trzecia w $\frac{8}{11}$ godziny $\frac{7}{15}$ zbiornika, a czwarta w $\frac{5}{13}$ godziny $\frac{1}{40}$ zbiornika. Zbiornik ma 36 m^3 objętości. Kiedy zbiornik był próżny, otwarto naraz wszystkie 4 rury, a zamknięto je jednocześnie po upływie $\frac{9}{7}$ godziny. Ile *hl* wody jest w zbiorniku?

312. Dwaj jeźdźcy umówili się, że ten, który wyprzedzi, otrzyma od drugiego po $20\frac{2}{5}$ rs. za 1 *km*. Jeden jeździec co każde $\frac{2}{8}$ minuty przejeżdżał $\frac{3}{2}$ *km*, a drugi w 2 minuty przejeżdżał $3\frac{2}{3}$ *km*. Pierwszy wygrał 68 rs. Po ilu minutach pierwszy jeździec dobiegł do mety?

313. Kupiec nabył 184 funty towaru po $1\frac{1}{4}$ rs. za 1 funt; za transport zapłacił 65 rs.; $\frac{3}{16}$ tego towaru uległo zniszczeniu, a po sprzedaniu reszty stracił kupiec na tym interesie $55\frac{4}{5}$ rs. Po ile sprzedawał 1 funt?

314. Przez 5 kwadransy przejechałem $10\frac{1}{6}$ wersty; gdybym tak jechał przez 5 godzin, to zrobiłbym $\frac{2}{15}$ drogi. Jak wielka jest cała droga?

315. Próżny zbiornik może być napełniony przez jednę rurę w ciągu 16-u godzin, przez drugą w ciągu doby, a przez trzecią w ciągu $1\frac{1}{3}$ doby. Kiedy zbiornik był próżny i otwarto jednocześnie wszystkie 3 rury, to po upływie 3-ch kwadransy było w zbiorniku $48\frac{3}{4}$ garnca. Ile garncy może się pomieścić w całym zbiorniku?

316. W jednej przegrodzie sakiewki mam 65 rs., w drugiej $\frac{3}{5}$ tego, co w dwu pierwszych razem. Nadto, suma $\frac{2}{3}$ ilości wszystkich rubli i ilości rubli, znajdujących się w przegrodzie trzeciej, jest 141 rs. Ile mam pieniędzy w tych trzech przegrodach?

317. Zamówiłem 3 obrazy i dałem zadatku na pierwszy $\frac{4}{9}$ jego wartości, na drugi $\frac{5}{12}$ jego wartości, a na trzeci $\frac{3}{10}$ jego wartości. Po wykończeniu dopłacę za pierwszy obraz 1000 rs., za drugi 1120 rs., a za trzeci 1680 rs. Ile mnie te 3 obrazy razem będą kosztowały?

318. Przedsiębiorca miał usypać drogę w ciągu 5-u miesięcy; w pierwszym wykończył $\frac{1}{16}$, w drugim $\frac{2}{9}$, w trzecim $\frac{7}{30}$ drogi,

a w czwartym 1135 *m*. To, co wykończył w 4-ch miesiącach, przedstawia $\frac{5}{6}$ całej drogi. Ile *m* pozostało do wykończenia na 5-ty miesiąc?

319. Trzej bracia rozdzielili między siebie pozostałe po ojcu 3 folwarki i 208 520 rs. gotówki w taki sposób, iż najstarszy wziął jeden folwark, jako $\frac{4}{15}$ całego spadku, i 66560 rs., średni wziął drugi folwark, jako $\frac{5}{12}$ całego spadku, i 44720 rs., a najmłodszy wziął trzeci folwark, jako $\frac{1}{20}$ całego spadku, i resztę gotówki. Jaką wartość przedstawia scheda każdego z braci?

320. Kupiłem jednocześnie 3 place: za jeden zapłaciłem $\frac{7}{40}$, za drugi $\frac{17}{50}$ sumy, zapłaconej za wszystkie 3 place, a za dwa pierwsze place razem zapłaciłem o 630 rs. więcej niż za trzeci. Ile zapłaciłem za wszystkie 3 place?

321. Ojciec za życia rozdzielił swoją posiadłość między trzech synów tak, iż to, co otrzymał najstarszy, przedstawiało $\frac{100}{289}$, to, co otrzymał średni, $\frac{105}{289}$, a to, co otrzymał najmłodszy, resztę tej posiadłości; sobie zaś zatrzymał gotówkę w banku, 136 320 rs., która przedstawiała $\frac{71}{360}$ całego majątku ojca. Jaka jest wartość każdego z działów, wyznaczonych synom?

(Art. 40.) **322.** Jeżeli jeden czynnik iloczynu pomnożymy przez $\frac{3}{5}$, drugi przez $2\frac{1}{2}$, trzeci podzielimy przez $\frac{3}{20}$, a czwarty przez $1\frac{1}{4}$, to jak się zmieni ów iloczyn?

323. Jeżeli dzielną podzielę przez $\frac{5}{7}$, a dzielnik podzielę przez $\frac{2}{9}$, to jak się zmieni iloraz?

324. Jeżeli dzielną podzielę przez $\frac{5}{7}$, a dzielnik pomnożę przez $\frac{2}{9}$, to jak się zmieni iloraz?

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA.

(Art. 41.) **325.** Jaka jest średnia arytmetyczna trzech liczb: $1\frac{1}{2}$, $1\frac{2}{5}$, $\frac{1}{5}$?

326. Znaleźć średnią arytmetyczną liczb: 15, $3\frac{3}{4}$, $18\frac{1}{2}$, $5\frac{2}{3}$.

327. Znaleźć średnią arytmetyczną następujących liczb: trzech liczb $4\frac{1}{2}$, dwu liczb $3\frac{1}{5}$ i liczb $\frac{7}{10}$, $\frac{1}{5}$, $1\frac{3}{4}$.

328. Na jarmarku kupiłem 3 konie po $280\frac{1}{2}$ rs. i 2 konie po $310\frac{3}{4}$ rs.; ile mię jeden koń średnio kosztuje?

329. Wieśniaczka sprzedała 18 jaj po 10 kop. za 3 sztuki i 12 jaj po 15 kop. za 4 sztuki. Ile średnio brała za jajo?

330. Było ciepła rano 4,6, w południe 10,4, a wieczorem 8,1 stopnia. Jaka była średnia temperatura dnia tego?

POWSTAWANIE UŁAMKA DZIESIĘTNEGO PERYODYCZNEGO.

(Art. 42.) Wyrazić jako liczbę dziesiętną iloraz z podzielenia:
331. 85:33. **332.** 15:37. **333.** 1000:999. **334.** 2000:909.
335. 8:63. **336.** 356:259. **337.** 2800:273. **338.** 25:18.

339. 84 : 55. **340.** 84 : 185. **341.** 125 : 592. **342.** 81 : 1616. **343.** 235251 : 16160. **344.** 2331 : 910.

345. Wyrazić 16 minut jako ułamek dziesiętny godziny.

346. Wyrazić 11 godzin jako ułamek dziesiętny doby.

WYRAŻANIE UŁAMKA ZWYCZAJNEGO W POSTACI DZIESIĘTNEGO.

(Art. 43.) Wyrazić jako liczby dziesiętne:
347. $\frac{17}{16}$. **348.** $\frac{21}{125}$. **349.** $\frac{33}{750}$. **350.** $\frac{101}{625}$. **351.** $15\frac{9}{64}$. **352.** $3\frac{156}{207}$. **353.** $\frac{84}{111}$. **354.** $\frac{85}{303}$. **355.** $\frac{1}{3338}$. **356.** $2\frac{5}{7}$. **357.** $\frac{120000}{242857}$. **358.** $\frac{5}{91}$. **359.** $\frac{25}{283}$. **360.** $\frac{17}{375}$. **361.** $2\frac{87}{1875}$. **362.** $\frac{121}{740}$. **363.** $\frac{9}{4625}$. **364.** $\frac{16}{1525}$. **365.** $2\frac{25}{52}$. **366.** $\frac{168}{280}$. **367.** $\frac{625}{1092}$.

368. $\frac{5}{11}$ minuty wyrazić jako ułamek dziesiętny: *a*) minuty, *b*) godziny.

369. Różnicę między średnim rokiem cywilnym (365 dni + 6 godzin) a rokiem słonecznym (365 dni + 5 godzin + 48 minut + + $46\frac{2}{25}$ sekundy) wyrazić jako ułamek dziesiętny doby.

WYRAŻANIE UŁAMKA DZIESIĘTNEGO W POSTACI ZWYCZAJNEGO.

(Art. 44.) Wyrazić przy pomocy ułamka zwyczajnego liczbę:
370. 4,528. **371.** 5,875. **372.** 0,0625. **373.** 0,1875. **374.** 13,0384. **375.** 0,00224.

376. 0,2422 doby wyrazić jako ułamek zwyczajny: *a*) doby, *b*) tygodnia.

(Art. 45.) Wyrazić przy pomocy ułamka zwyczajnego liczbę:
377. $3,\dot{7}\dot{2}$. **378.** $0,\dot{0}\dot{9}$. **379.** $0,\dot{0}7\dot{4}$. **380.** $5,1\dot{4}\dot{8}$. **381.** $0,\dot{0}49\dot{5}$. **382.** $0,\dot{2}47\dot{5}$. **383.** $0,\dot{1}4285\dot{7}$. **384.** $6,\dot{0}4395\dot{6}$. **385.** $0,\dot{0}1831\dot{5}$. **386.** $2,\dot{0}0166\dot{5}$.

(Art. 46.) Wyrazić przy pomocy ułamka zwyczajnego liczbę:
387. $7,41\dot{6}$. **388.** $0,810\dot{6}$. **389.** $2,9\dot{8}\dot{1}$. **390.** $0,03\dot{5}\dot{4}$. **391.** $0,006\dot{8}\dot{1}$. **392.** $5,\dot{4}8\dot{1}$. **393.** $0,1\dot{1}8\dot{5}$. **394.** $6,04\dot{7}4\dot{0}$. **395.** $0,1547\dot{0}29$. **396.** $25,196\dot{4}2857\dot{1}$.

(Art. 48.) **397.** Od iloczynu liczb $1,458\dot{3}$, $3,\dot{1}4285\dot{7}$ i $1,2\dot{3}$ odjąć $0,652\dot{7}$.

398. Od iloczynu liczb $0,41\dot{6}$ i $0,810\dot{6}$ odjąć iloczyn liczb 0,76 i $0,\dot{4}$.

399. Do sumy liczb 5,25, 13,0125, $0,\dot{3}$ i $0,0708\dot{3}$, podzielonej przez $3,\dot{6}$, dodać $4,\dot{9}\dot{0}$.

400. $\frac{23,5125-(8,4215-0,0707\dot{7})+0,\dot{3}+3,171\dot{5}}{3,\dot{6}}+4,\dot{9}\dot{0}$.

STOSUNKI.

(Art. 50.) **401**. Jaką liczbę wyraża stosunek: *a*) 36 do 12-u; *b*) 12 do 36-u; *c*) 40 do 24-ch; *d*) 24 do 40-u; *e*) 50 *m* do 30-u *m*; *f*) 30 *m* do 50-u *m*; *g*) 45 *kg* do 27-u *kg*; *h*) 20 m^2 do 12-u m^2; *i*) 30 *l* do 18-u *l*; *k*) 80 *q* do 48-u *q*?

402. Napisać: *a*) 3 stosunki o wykładniku 7; *b*) 3 stosunki o wykładniku $\frac{1}{7}$; *c*) 3 stosunki o wykładniku $\frac{3}{7}$; *d*) 3 stosunki o wykładniku $2\frac{3}{7}$.

403. Jaką liczbę wyraża stosunek: *a*) 5 do $\frac{3}{4}$; *b*) $\frac{3}{5}$ do 9-u; *c*) 2,75 do 5,5; *d*) 3,75 do 8,75; *e*) $5\frac{3}{7}$ do $\frac{19}{21}$; *f*) $1\frac{1}{14}$ do $2\frac{19}{28}$; *g*) 0,75 do $\frac{9}{20}$?

404. Jaką liczbę wyraża stosunek: *a*) 1 *m* do 12 *cm*; *b*) 50 m^2 : 2 *a*; *c*) 3 m^3 : 5 *hl*; *d*) 5 godzin do 45-u minut; *e*) 5 godzin do 50-u sekund; *f*) 5 godzin + 6 minut do 18-u minut + 45 sekund; *g*) 2 godziny + 1 minuta + 15 sekund do 8-u minut + 5 sekund; *h*) 5′15″ do 1° 3′; *i*) 5 okręgów do 56° 15′?

(Art. 51.) **405**. 1 *hl* pszenicy waży 80 *kg*, a 1 *hl* owsa waży 45 *kg*. Jaki jest stosunek ciężaru pszenicy do ciężaru owsa, i ile razy pszenica jest cięższa od owsa?

406. 1 dm^3 złota waży 19,32 *kg*, a 1 dm^3 srebra waży 10,5 *kg*. Jaki jest stosunek ciężaru złota do ciężaru srebra?

407. Za 1 *kg* złota żądają w Austro-Węgrzech 2995,2, a za 1 *kg* srebra 152,1 koron. Jaki jest tam stosunek wartości złota do wartości srebra?

408. Jaki jest stosunek prędkości obrotu wskazówki godzinnej do prędkości obrotu wskazówki minutowej?

409. Jedno koło zębate porusza drugie takież koło; pierwsze ma 120, a drugie 24 zęby. Jaki jest stosunek prędkości obrotu tych kół?

410. Ktoś za tę samą kwotę pieniędzy mógł kupić albo 6 krów, albo też 42 owce. Jaki jest stosunek wartości krowy do wartości owcy?

411. Jaki jest stosunek 1 m^3 do 1 *hl*?

412. Jaki jest stosunek 1 km^2 do 1 *ha*?

413. Jaki jest stosunek 1 *m* do łokcia?

414. Jaki jest stosunek 1 m^2 do łokcia kwadratowego?

415. Jaki jest stosunek 1 m^3 do łokcia sześciennego?

416. Jaki jest stosunek cala do 1 *cm*?

417. Jaki jest stosunek korca do 1 *hl*?

418. Ojciec ma lat 54, a syn 18; jaki jest stosunek wieku ojca do wieku syna obecnie, a jaki był ten stosunek przed 6-u laty?

(Art. 52.) **419**. Wyrazić liczbę 6 zapomocą stosunku, w którym następnik jest: *a*) 2; *b*) 15; *c*) $\frac{1}{3}$; *d*) $\frac{1}{6}$; *e*) $\frac{1}{18}$; *f*) $\frac{1}{15}$; *g*) $\frac{2}{15}$; *h*) 0,021; *i*) 4,3.

420. Wyrazić liczbę 6 zapomocą stosunku, w którym poprzednik jest: *a*) 30; *b*) 150; *c*) $\frac{1}{3}$; *d*) $\frac{1}{12}$; *e*) $\frac{1}{18}$; *f*) $\frac{1}{15}$; *g*) $\frac{1}{92}$; *h*) 7,2; *i*) 0,42.

421. Wyrazić liczbę $\frac{5}{8}$ zapomocą stosunku, w którym następnik jest: *a*) 24; *b*) 8; *c*) $\frac{1}{2}$; *d*) $\frac{1}{10}$; *e*) $\frac{4}{25}$; *f*) $33\frac{3}{5}$; *g*) 2,56; *h*) 5,12; *i*) 0,32.

422. Wyrazić liczbę $\frac{5}{8}$ zapomocą stosunku, w którym poprzednik jest: *a*) 25; *b*) 30; *c*) 15; *d*) $\frac{1}{2}$; *e*) $\frac{1}{16}$; *f*) $\frac{3}{32}$; *g*) 2,25; *h*) 8,75; *i*) 3,45.

423. Stosunki *a*) 30:45, *b*) 72:96, *c*) 52:65, *d*) 102:85, *e*) 1270:936, *f*) 12 096:14 688 zastąpić przez stosunki liczb pierwszych względem siebie.

424. Stosunki *a*) $\frac{3}{4}:\frac{5}{6}$, *b*) $\frac{5}{21}:\frac{5}{14}$, *c*) $1\frac{5}{16}:2\frac{23}{48}$, *d*) 3,75:1,125, *e*) 6,25:2,25, *f*) 86,53:61,08 zastąpić przez stosunki liczb całkowitych a pierwszych względem siebie.

425. Wysokość jednej góry nad poziom morza jest 7161 *m*, a drugiej 26 040 stóp. Jak się da najprościej wyrazić stosunek wysokości tych dwu gór?

426. Do skrzyni, mającej objętości 3 m^3, wsypano 15 korcy zboża. Jak się da najprościej wyrazić stosunek próżnej części skrzyni do jej części, zajętej zbożem?

427. Stosunki: 4:8, 6:5, 12,5:87,5, 12,5:50, $\frac{3}{4}:\frac{5}{6}$ zastąpić przez stosunki, w których: *a*) poprzednik jest 1; *b*) następnik jest 1.

— Stosunki liczb: **428.** 3:4 i 6:7, **429.** 11:15 i 12:35, **430.** 9:52 i 65:108, **431.** 75:102 i 85:96, **432.** $\frac{2}{3}:\frac{3}{4}$ i $\frac{2}{7}:\frac{1}{3}$, **433.** $\frac{5}{6}:\frac{3}{7}$ i $\frac{4}{5}:\frac{5}{8}$, **434.** $2\frac{1}{5}:\frac{6}{7}$ i $1\frac{7}{8}:\frac{2}{5}$ zastąpić przez takie stosunki liczb całkowitych, iżby następnik pierwszego i poprzednik drugiego były tą samą liczbą.

— Stosunki: **435.** 3:4, 6:25, 30:11, **436.** 2:3, $\frac{2}{3}:\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}:\frac{7}{8}$, **437.** $\frac{2}{8}:\frac{4}{5}$, $\frac{9}{25}:\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}:\frac{1}{5}$ zastąpić przez takie 3 stosunki całkowitych liczb najmniejszych, iżby w nich następnik pierwszego stosunku był tą samą liczbą, co poprzednik drugiego, a jednocześnie następnik drugiego tą samą liczbą, co poprzednik trzeciego.

(Art. 53 i 54.) **438.** Kupiłem raz 6, drugi raz 16 *kg* kawy po $3\frac{1}{2}$ rs. za 1 *kg*. Ile zapłaciłem pierwszym, a ile drugim razem? Jak się da najprościej wyrazić stosunek pieniędzy, zapłaconych pierwszym razem, do zapłaconych drugim razem i jakiemu innemu stosunkowi liczb, danych w tem zadaniu, jest on równy?

439. Metr sukna kosztuje $6\frac{3}{5}$ rs. Kupiłem raz $4\frac{1}{4}$ *m*, drugi raz $25\frac{1}{2}$ *m*. Ile zapłaciłem pierwszym razem, a ile drugim razem, oraz jaki jest stosunek ilości sukna, kupionego pierwszym razem, do kupionego drugim razem?

440. W 3-ch godzinach przejechałem konno 26 *km*. Nazajutrz również prędko jechałem konno przez 5 godzin; ile *km* przeje-

chałem? Jakie są: stosunek czasu jazdy w tych dwu dniach i stosunek zrobionej w tych dwu dniach drogi?

441. Jaś ma 9 lat, a Kasia 3. Dano im 8 *dkg* cukierków, z których Jaś dostał 2 *dkg*. Jaki zachodzi związek między stosunkiem ilości cukierków, otrzymanych przez te dzieci, a stosunkiem ich lat?

(Art. 55.) **442**. Jaki, według zad. 410-go, jest stosunek wartości krowy do wartości owcy, a jaki wartości owcy do wartości krowy?

443. Taką samą robotę mają wykonać jednakowo zdolni i pilni robotnicy. Potrzebują na jej wykonanie 220-u godzin. Jeden pracuje dziennie po 10, drugi zaś dziennie po 11 godzin. Jaki będzie stosunek ilości dni, w ciągu których wykonają tę robotę owi dwaj robotnicy?

444. Z miejsca zamieszkania do stolicy mam koleją żelazną 240 *km*. Pociąg osobowy jedzie 30 *km*, a pospieszny 40 *km* na godzinę. Jaki jest stosunek ilości godzin, potrzebnych na dojechanie do stolicy tymi dwoma pociągami?

445. Jedno koło robi w 3-ch sekundach 425 obrotów, podczas gdy drugie tyleż obrotów w $5\frac{1}{3}$ sekundy. Jaki jest stosunek prędkości ruchu tych kół?

446. Każdy z 2-u równych placów zajmuje 1260 m^2 i ma kształt prostokąta. Długość jednego jest 150 *m*, a drugiego 70 *m*. Jaki jest stosunek szerokości tych placów?

PROPORCYE.

(Art. 56.) **447**. Napisać 3 proporcye o wykładniku 4.

448. Napisać 3 proporcye o wykładniku $\frac{1}{3}$.

449. Napisać 3 proporcye o wykładniku $2\frac{1}{4}$.

(Art. 57.) **450**. Sprawdzić, że w proporcyach:
a) $5,4:4,8=2,52:2\frac{6}{25}$; *b*) $2\frac{3}{8}:1\frac{7}{12}=4:2\frac{2}{3}$; *c*) $7\frac{3}{4}:5\frac{1}{3}=2\frac{1}{2}:1\frac{67}{93}$
iloczyn wyrazów skrajnych jest równy iloczynowi wyrazów średnich.

(Art. 58.) Znaleźć wyraz niewiadomy w proporcyi:

451. $x:4=6:8$. **452**. $4:x=6:8$. **453**. $4:6=8:x$.
454. $x:12=5:15$. **455**. $x:5=15:12$. **456**. $x:15=12:5$.
457. $x:\frac{2}{3}=5:\frac{7}{8}$. **458**. $\frac{3}{5}:\frac{1}{2}=x:4$. **459**. $\frac{7}{9}:4=\frac{3}{8}:x$.
460. $0,15:x=2,5:3,75$. **461**. $6,35:1,28=x:3,04$.
462. $25,6:18,075=7,04:x$. **463**. $2x:10=8:7$.
464. $4:3x=8,5:1,44$. **465**. $1,875:1,7=2,5:8x$.
466. $2\frac{2}{3}:x=1\frac{7}{12}:2\frac{3}{8}$. **467**. $x:2,4=15,25:7\frac{5}{8}$. **468**. $5\frac{1}{3}:7\frac{3}{4}=1\frac{67}{93}:x$.
469. $1\frac{5}{11}:2\frac{1}{3}=x:6\frac{5}{12}$. **470**. $3\frac{2}{5}:1\frac{5}{13}=14\frac{1}{6}:x$.
471. $4,68:1,17=x:1,\dot{3}$. **472**. $1,\dot{1}7:x=18,\dot{4}\dot{5}:1,1\dot{6}$.

(Art. 59 i 60.) Z liczb, wchodzacych do iloczynów równych:

473. $14\times5=10\times7$, **474**. $39\times8=12\times26$,
475. $0,2\times0,05=10\times0,001$, **476**. $\frac{5}{6}\times1\frac{1}{11}=4\times\frac{5}{22}$,

477. $7\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = 4\frac{1}{2}$, **478.** $3 \times 4 \times 10 = 6 \times 20$, utworzyć proporcyę i przestawić jej wyrazy we wszelki możliwy sposób.

(Art. 61.) Przed wyznaczeniem wyrazu niewiadomego proporcyi zastąpić jej wyrazy przez najmniejsze liczby całkowite:
478. *a*) w zad. 451-em; *b*) w 452-em; *c*) w 453-em.
479. *a*) w 454-em; *b*) w 455-em; *c*) w 456-em.
480. *a*) w 457-em; *b*) w 458-em. **481.** *a*) w 459-em; *b*) w 460-em.
482. *a*) w 461-em; *b*) w 462-em; *c*) w 463-em.
483. *a*) w 464-em; *b*) w 465-em; *c*) w 466-em.
484. *a*) w 467-em; *b*) w 468-em; *c*) w 469-em.
485. *a*) w 470-em; *b*) w 471-em; *c*) w 472-em.

(Art. 62.) Pomnożyć przez siebie dane proporcye wyrazami odpowiedniemi i znaleźć wykładnik proporcyi tak otrzymanej:

486. $3:4 = 15:20$ i $12:10 = 18:15$. **487.** $8:0{,}75 = 32:3$ i $49:35 = 14:10$. **488.** $3:4 = 15:20$, $12:10 = 18:15$ i $49:35 = 14:10$. **489.** $\frac{8}{4} : \frac{2}{5} = 30:16$ i $1{,}\dot{3} : 7{,}5 = 4 : 22{,}5$. **490.** $2\frac{2}{5} : 4\frac{4}{5} = 7\frac{5}{8} : 15\frac{1}{4}$, $2\frac{3}{8} : 1\frac{7}{12} = 4 : 2\frac{2}{3}$ i $2\frac{1}{2} : 7\frac{3}{4} = 1\frac{67}{93} : 5\frac{1}{3}$.

ŚREDNIA GEOMETRYCZNA DWU LICZB.

(Art. 63.) **491.** Jeżeli liczba 8 jest średnią geometryczną dwu liczb, z których jedna jest: *a*) 2, *b*) 4, *c*) $\frac{1}{2}$, *d*) 18, to jaka każdym razem jest druga z owych liczb?

492. Jakich dwu różnych od siebie liczb całkowitych średnią geometryczną może być: *a*) liczba 12; *b*) liczba 16?

493. Sprawdzić, że z liczb całkowitych od 1 do 9-u można utworzyć tylko cztery różne od siebie proporcye ciągłe.

494. Piotr odstąpił Józefowi kawał pola, mający kształt kwadratu, którego bok ma długości 18 *m*, za co Józef oddaje mu taki sam obszar ziemi, mający kształt prostokąta, o szerokości 9-u *m*. Jaka jest jego długość?

WIELKOŚCI PROPORCYONALNE.

(Art. 66.) Zadania 438—440.
(Art. 67.) Zadania 443—446.

REGUŁA TRZECH.

(Art. 69—71.) **495.** Za 5 *m* kortu zapłaciłem 21 rs. Ile miałbym zapłacić: *a*) za 28 *m*; *b*) za 34 *m*; *c*) za 46 *m*; *d*) za 30 *m*; *e*) za 45 *m*; *f*) za $2\frac{1}{2}$ *m*; *g*) za $\frac{1}{4}$ *m* tego kortu?

496. Za 8 *m* sukna zapłaciłem 50 rs. Ile *m* tegoż sukna dostałbym: *a*) za 125 rs.; *b*) za 375 rs.; *c*) za 90 rs.; *d*) za 60 rs.; *e*) za 12 rs. 50 kop.; *f*) za 18 rs. 75 kop.; *g*) za 66 rs. 25 kop.?

497. Kupiec, sprzedawszy pewnego towaru za 1440 rs., zarobił 480 rs. Za jaką sumę musiałby tego towaru sprzedać, aby jego zarobek wyniósł 360 rs.?

498. Dwaj spólnicy włożyli w interes: pierwszy 3200 rs., drugi 4250 rs. Zarobek pierwszego wyniósł 480 rs. Jaki był zarobek drugiego spólnika?

499. Przednie koło wozu robi 60 obrotów, podczas kiedy tylne 54 obroty. Ile obrotów zrobi przednie koło, gdy tylne obróci się 1872 razy?

500. Kij, pionowo postawiony a wysoki na 4 *m*, rzuca cień długości 5 *m*, kiedy jednocześnie cień drzewa ma długości $27\frac{1}{2}$ *m*. Jak wysokie jest to drzewo?

501. W Austryo-Węgrzech: *a*) z 5 *kg* stopu, w którym na 900 części złota jest 100 miedzi, wybija się 738 sztuk 20-okoronowych; *b*) z 1 *kg* stopu, w którym na 835 części srebra jest 165 miedzi, wybija się 200 sztuk 1-okoronowych. Znaleźć: *a*) na ile koron wystarczy 1 *kg* czystego złota? *b*) na ile koron wystarczy 1 *kg* czystego srebra? *c*) jaki stąd wynika stosunek wartości złota do srebra?

502. 80-u stopniom na skali termometru Réaumur'a odpowiada 100 stopni termometru Celsius'a. Ilu stopniom termometru Réaumur'a odpowiada 20, 21, 22, 23, 24 stopnie termometru Celsius'a. Ilu stopniom termometru Celsius'a odpowiada 20, 21, 22, 23 stopnie termometru Réaumur'a?

503. W ciągu 12-u minut ujechałem 2,5 *km*. Ile ujadę w ciągu godziny i 15-u minut?

504. Z odległości 1020 *m* głos dochodzi w 3-ch sekundach. Od chwili błysku meteoru do usłyszenia huku upłynęło 49 sekund. W jakiej odległości spadł meteor?

505. Okręt w ciągu doby i 18-u godzin przepłynął 560 *km*. Tak samo płynąc, ileby *km* zrobił w 5-u dobach i 6-u godzinach?

506. Różnica zegarków po 2-u dobach była 1 minuta i 26 sekund. Ile jeszcze trzebaby czekać, aby ich różnica była 11 minut 28 sekund?

507. Jeżeli kurs rubli w koronach jest 224 za 100 (t. j. 224 korony za 100 rubli), to jaki jest kurs koron w rublach?

508. 2952 koron austryackich złotem waży 1 *kg*; ile *g* waży 1000 koron?

509. Piekarz wypiekł 700 bochenków chleba po $\frac{3}{4}$ *kg*. Ile z tejże ilości mąki mógłby wypiec bochenków chleba po $\frac{3}{5}$ *kg*?

510. Murarze wznieśli budynek w 120-u dniach, pracując dziennie po $10\frac{1}{2}$ godziny. Gdyby ciż sami murarze pracowali dziennie po $11\frac{1}{4}$ godziny, to w ilu dniach wznieśliby ten budynek?

511. 60-u robotników naprawiło drogę w 75-u dniach. Iluby potrzeba było robotników, aby tę samą drogę naprawili w 30-u dniach?

512. Za dzień roboty wypłacono 85-u żniwiarzom po 0,84 rs., a kosiarzom, którym płacono po 1,19, wypłacono tę samą sumę, co żniwiarzom. Ilu było kosiarzy?

513. Mam 27 sztuk 10-orublowych. Gdybym każdą z tych monet rozmienił na 20-okopiejkowe, to ile miałbym sztuk?

514. Kupiec z prowincyi zażądał od kupca w stolicy 153 *kg* herbaty po 10,25 rs. za 1 *kg* i posłał za nie pieniądze. Kupiec w stolicy nie miał tego gatunku herbaty i wysłał mu inny po 9 rs. za 1 *kg*. Ile wysłał *kg*?

515. Pociągiem pośpiesznym jechałem do stolicy 14 godzin po 40 *km* na godzinę. Ile godzin potrzebowałbym jechać pociągiem osobowym, który na godzinę robi 28 *km*?

516. Na podłogę mostu miało być dostarczonych 902 deski, szerokie na 17 *cm*. Przedsiębiorca dostarczył desek tej samej długości, lecz szerokich na $20\frac{1}{2}$ *cm*. Ile takich desek dostarczyć powinien?

517. Aby wykleić pokój, potrzeba 168 *m* obicia, szerokiego na 120 *cm*. Ileby dla wyklejenia tegoż pokoju potrzeba metrów obicia, szerokiego na 80 *cm*?

518. Pewna pani ma suknię, na którą wyszło 7 *m* materyału, szerokiego na 96 *cm*. Ile na suknię, zupełnie takiego samego jak tamta kroju, potrzeba materyału, szerokiego na 1 *m* 20 *cm*?

519. Na schodach dużego budynku ułożono sukno szerokości 1 *m* 5 *cm*; wyszło go 87 *m*. To sukno chcą podszyć płótnem. Ile potrzebaby *m* płótna, szerokiego na 63 *cm*?

520. Na pokrycie dachu potrzeba było 56 kóp dachówek, z których każda miała 3,5 dm^2. Ileby potrzeba dachówek, jeżeliby każda miała 4,2 dm^2?

521. Po jednej stronie drogi przed sadzeniem kasztanów wetknięto na nie 2496 palików w odległości $17\frac{3}{4}$ *m* jeden od drugiego. Po drugiej zaś stronie tej drogi ma być wysadzonych 4260 drzew morwowych; w jakiej odległości, jeden od drugiego, należy bić na nie paliki?

522. Właściciel fabryki, budując dojazdową drogę żelazną, zamówił 9660 szyn stalowych, z których każda miała mieć długości 3,4 *m*. Zmienia jednak zamówienie, żądając szyn długich tylko na 2,8 *m*. Ile potrzeba takich szyn?

523. Koło, którego obwód wynosi 4,5 *m*, zrobiło 220 obrotów. Ile obrotów na tej samej drodze zrobi koło o obwodzie 5-u *m*?

524. Tylne koło wozu, mające 5 *m* obwodu, robi 54 obroty, podczas gdy przednie robi ich 72. Jak wielki jest obwód koła przedniego?

525. Koło, mające 150 zębów, wprawia w ruch drugie koło, mające 40 zębów. Ile razy obróciło się drugie koło w tym czasie, w którym pierwsze obróciło się 68 razy?

526. W ciągu ilu miesięcy 6000 rs. przyniesie taki sam dochód, jak 4800 rs. w ciągu 9-u miesięcy?

527. Piekarnia zużywa rocznie 420 sążni drzewa osinowego. Ile będzie trzeba brzozowego, jeżeli 4 sążnie osinowego dają tyle ciepła, ile 3 sążnie brzozowego?

528. Oddział wojska miał wyruszyć 4-go sierpnia w południe, aby, idąc na dobę po 20 *km*, stanąć w obozie 17-go sierpnia w południe. W chwili wymarszu rozkaz zmieniono, nakazując, aby oddział stanął w obozie już 13-go sierpnia w południe. Po ile *km* na dobę powinien średnio iść ten oddział?

529. Za uszycie 15-u tuzinów koszul zapłacono 135 rs. Ile się należy za uszycie 35-u tuzinów i 3-ch koszul?

530. Maszyna parowa w 2-u godzinach i 6-u minutach wypompowała 360 m^3 wody. W jakim czasie wypompuje 10 700 m^3?

531. Studnia artezyjska dostarcza 20 m^3 wody w 2-u godzinach i 40-u minutach. Ile jej dostarcza w 1-ej godzinie i 15-u minutach?

532. Ze swego mieszkania za miastem jadę do szkoły godzinę i 15 minut, a w ciągu $7\frac{1}{2}$ minuty przejeżdżam 900 *m*. Jak daleko mieszkam od szkoły?

533. Kupiec zbankrutował, a z tego, co po sprzedaży wszystkiego otrzymano, wierzyciele dostają po 37,5 kop. za 1 rs. Ile otrzymają dwaj wierzyciele, z których jednemu należało się 5140 rs. 40 kop., a drugiemu 7152 rs.?

534. Z napełnionej wodą kadzi, której objętość jest 8,37 m^3, odpływa przez otwarty kurek woda tak, iż w ciągu 7-u minut napełnia podstawione naczynie, które ma objętości 651 *l*. W ciągu jakiego czasu kadź się wypróżni?

535. W fabryce stale zajętym w ciągu przeszłego roku 340-u robotnikom zapłacono 54 060 rs. W tym roku powiększono ilość robotników o 112-u. Ile wypadnie zapłacić w tym roku wszystkim robotnikom?

536. Beczka wina, mająca 170 *l*, kosztuje kupca 81 rs. 60 kop. Kupiec tak ustanawia cenę na to wino, iżby na każdych 4 rs. miał zarobku 1 rs. Ile zażąda za 75 *l* tego wina?

537. Urzędnik, mający 2400 rs. rocznej pensyi, otrzymuje posadę lepiej płatną rocznie o tyle, ile dotychczasowej pobierał za 146 dni (rok = 365 dni). Jaka jest nowa płaca roczna tego urzędnika?

538. 1000 ton angielskich jest równe 1016,05 tony metrycznej. Ile ton angielskich stanowi 1000 ton metrycznych? (Odpowiedź wyrazić z przybliżeniem na 0,01 tony angielskiej.)

539. 100 diesiatyn jest równe 10 925 arów. 1000 arów ile obejmuje diesiatyn? (z przybliżeniem na 0,01 diesiatyny.)

540. W Anglii mila lądowa ma 1609,3 *m*, a mila morska ma 1852,3 *m*. Ile jednych i ile drugich idzie na milę geograficzną, jeżeli przyjmiemy, iż ma ona 7407,4 *m* (z przybliżeniem na 0,1 mili).

541. Mórg pod Warszawą ma 5598,72 m^2 (dokładnie). Ile włóka (równa 30-u morgom) ma hektarów, a w 100-u hektarach ile jest morgów? (Na drugą część pytania dać odpowiedź z przybliżeniem na 0,001 morga.)

542. Przyjmuje się, iż 39,37 cala angielskiego stanowi metr. Yard ma 3 stopy angielskie, a stopa ma 12 cali. Na 5-u szpulkach, z których na każdej jest 100 yardów nici, ile jest *m* i *cm* nici?

543. Tekst książki ma 11 arkuszy i 12 stron in 8-vo (t. j. arkusz druku ma 8 kart czyli 16 stron), a na każdej stronie jest 35 wierszy. Ile arkuszy druku obejmowałby tekst tejże książki, gdyby na każdej stronie było 28 wierszy?

544. Prowiant, przygotowany dla załogi 7200-u ludzi, wystarczy na 120 dni. Na ile dni wystarczy ten prowiant, jeżeli załoga powiększy się o 800 ludzi?

545. Koło, mające obwodu $3\frac{1}{8}$ *m*, zrobiło 360 obrotów. Ile na tej samej drodze zrobi obrotów koło, którego obwód jest mniejszy o $78\frac{1}{8}$ *cm*?

546. Józef pożyczył był dawniej Michałowi 1200 rs., z których Michał zwrócił 600 rs. po 9-u miesiącach, a pozostałe 600 rs. o 2 miesiące później. Józef za to nie chciał przyjąć od Michała żadnego wynagrodzenia. Teraz Józef pożycza od Michała 2000 rs., za co Michał również wynagrodzenia przyjąć niechce. Po ilu miesiącach powinien Józef zwrócić Michałowi pieniądze, aby zrównoważyć dawniejszą Michała usługę?

547. Stowarzyszenie dorożkarzy w stolicy przygotowało furażu dla 2800 koni na 217 dni, poczynając od 15-go września. Tymczasem z zapasów korzystano tylko dla 2450 koni. Do jakiego dnia roku następnego, w którym luty ma dni 28, starczy nagromadzonego zapasu?

548. Ogród warzywny i sad są prostokątami równoważnemi. Ogród warzywny ma 120 *m* długości a 80 *m* szerokości, od której o 20 *m* jest większa szerokość sadu. Jaka jest długość sadu?

549. Pewną robotę miało wykonać 30-u robotników w 24-ch dniach. Po 6-u dniach okazało się, iż reszta roboty ma być ukończona w 9-u dniach. Ilu trzeba dobrać robotników?

ZADANIA RÓŻNEGO RODZAJU NA REGUŁĘ PROCENTU.

(Art. 72.) 550. Podczas epidemii w jednem mieście na 18 240 osób umarło 912, a w drugiem na 40800 osób umarło 1938. W którem mieście była większa śmiertelność?

551. W klasie I gimnazyum było w dwu oddziałach uczniów 75-u, a w klasie II było uczniów 40-u; otrzymało promocyę do klasy następnej uczniów: w klasie I 60-u, w klasie II 31. Obliczywszy procent promowanych w każdej klasie, wnieść, w której klasie uczniowie lepiej się uczyli?

552. Na 5000 osób, mających lat 30, dochodzi do 56-u lat życia osób 3550. Jak najdogodniej wyrazić, ile osób, mających 30 lat, dochodzi do 56-u lat życia?

553. W Krakowie w roku 1787-ym było 23 592 mieszkańców, a w r. 1887 było ich 66 192. Jak najdogodniej wyrazić przyrost ludności podczas stu lat, oddzielających te dwa obliczenia?

OBROTY PIENIĘŻNE BEZ UWZGLĘDNIENIA CZASU.[1])

(Art. 74.) 554. Kupiec nabył 100 funtów herbaty po 3,75 rs. za 1 funt, a przy sprzedaży osiągnął 15% zysku. Ile miał zarobku na tej herbacie?

555. Fabryka sprzedała 19600 funtów mydła po 14 kop. za 1 funt, z czego 16% przedstawiało zysk fabryki. Jak wielki był cały zysk?

556. Budowniczy wydał na postawienie domu 17 300 rs., a od właściciela wziął o 17% tej sumy więcej. Ile rubli zarobił?

557. Przedsiębiorca wybudował dom za ugodzoną sumę 237 500 rs., od której miał zarobku 13%. Za zarobione pieniądze kupił plac, i zostało mu 875 rs. Ile go ten plac kosztował?

558. Księgarz sprzedał 1280 egzemplarzy książki po 4,5 rs. za 1 egzemplarz, z czego 20% przedstawiało zarobek księgarza. Ile rubli zyskał księgarz ze sprzedaży tych egzemplarzy?

559. Kupiec nabył towaru za 461 rs. 75 kop., a na jego sprzedaży stracił 12%; ile stracił?

560. Złożyłem u bankiera 5375 rs., aby taką sumę wypłacono memu bratu w Filadelfii; za to bankier zażądał $\frac{1}{4}$% prowizyi. Ile wyniesie prowizya od owej sumy?

Uwaga 1. Prowizya lub komisowe oznacza wynagrodzenie za wykonanie pewnego zlecenia.

561. Właściciel majątku ziemskiego wysyła do Gdańska pszenicę, którą mu sprzedaje dom handlowo-komisowy po cenie, notowanej na targu, za co otrzymuje $\frac{3}{4}$% komisowego. Ile wyniesie komisowe za sprzedanie 768 korcy pszenicy po 10,25 rs.?

— 562. Kupiec towar, za który zapłacił 1125 rs., sprzedał z zarobkiem 168 rs. 75 kop. Jaki % zysku osiągnął?

563. Właściciel cukrowni sprzedał cukru za 673 800 rs., przyczem zyskał 154 974 rs. Ile % miał zysku?

---

[1]) Zadania, nie odnoszące się do obrotów pieniężnych, a które wypadło umieścić niżej, są oznaczone gwiazdką.

564. Ktoś kupił majątek za 276 400 rs., włożył w ulepszenia 13 600 rs., a sprzedawszy, zyskał 7250 rs. Z jakim % zysku sprzedał ten majątek?

565. Na jednem przedsiębiorstwie, w które włożyłem 11 340 rs, zarobiłem 425,25 rs., a na drugiem, które wymagało 9074 rs. wkładu, 453,7 rs. Ile % zarobiłem na pierwszem, a ile na drugiem przedsiębiorstwie?

566. Wielkie towarzystwo przewozowe powstało z kapitałem 95 470 000 rs. Na budowę okrętów, urządzenie przystani itp. wydało 64 919 600 rs. Jaki % kapitału na ten cel wydano?

567. Kupiec na towarze, za który zapłacił 964 rs. 25 kop., stracił 153 rs. 28 kop. Ile % stracił?

568. Na jarmarku sprzedałem 5 koni średnio po 240 rs., przy pomocy agenta handlowego, któremu dałem kurtażu 21 rs. Ile % wynosił ten kurtaż?

UWAGA 2. Kurtaż czyli faktorne oznacza wynagrodzenie, płacone meklerowi giełdowemu lub agentowi handlowemu za pośrednictwo w załatwieniu interesu.

569. Kupiec w Warszawie, mając opłacić na komorze cła 356 rubli w złocie, nabył je, zapłaciwszy ażya 74,76 rubla papierowego. Jaki % przedstawia ażyo?

UWAGA 3. Ażyo przedstawia przy zamianie monety złotej na srebrną lub każdej z nich na papierową ilość dopłacanych jednostek monety tańszej.

570. Ktoś ze swego majątku, wynoszącego 130 000 rs., przeznaczył na cele dobroczynne 56 550 rs. Jaki % całego spadku przypadł pozostałym spadkobiercom?

571*. Kupiec otrzymał koleją 9 pak fig, z których każda ważyła 110 *kg*. Tara była 24,75 *kg*. Jaki % wagi towaru brutto przedstawia tara?

UWAGA 4. Tara jest wagą opakowania towaru. Waga towaru wraz z opakowaniem nazywa się wagą brutto; waga samego towaru wagą netto.

— 572. Ile zapłacił kupiec za towar, jeżeli osiągnięty przy sprzedaży zysk 461 rs. 40 kop. przedstawia 12%?

573*. Wędrowiec obrachował, iż z całego czasu podróży poświęcił na spoczynek, posiłek i t. d. 64%, a szedł $907\frac{1}{5}$ godziny. Ile dni trwała podróż?

574*. W dwu beczkach było po 287,5 *l* wody. Wylana do próżnego zbiornika zajęła 23% jego objętości. Ile m^3 obejmuje zbiornik?

575. Od dostawcy owsa dla wojska nie przyjęto 2673 pudów, co stanowiło 16,5% całej dostawy, a za resztę zapłacono mu po 1,5 rs. za 1 pud. Ile rubli otrzymał dostawca?

576. Kupiec na sprzedaży towaru stracił 87 rs. 41 kop., co przedstawia 15% od sumy, na kupno tego towaru wyłożonej. Za ile kupiec ów towar nabył?

577. Piotr od swych akcyj przędzalni w mieście X otrzymał, jako $8\frac{1}{2}\%$ dywidendy, 7352 rs. 50 kop. Akcye tej przędzalni były po 500 rs. Ile tych akcyj miał Piotr?

Uwaga 5. Akcya jest dowodem udziału w przedsiębiorstwie na sumę w niej oznaczoną.

Uwaga 6. Dywidenda oznacza zysk w przedsiębiorstwie, prowadzonem przez towarzystwo, przypadający, po zamknięciu rachunków rocznych, do podziału między członków tego towarzystwa.

578. Handel korzenny daje właścicielowi restauracyi 12% rabatu od cen zwykłych. Rabat w ostatnim rachunku wyniósł 157 rs. 80 kop. Na jaką sumę byłby wystawiony rachunek bez potrącenia rabatu?

Uwaga 7. Rabat oznacza ustępstwo na rzecz kupującego przy nabywaniu przezeń większej ilości towaru.

(Art. 75.) 579. Przekupień, sprzedawszy jabłek za 7 rs. 20 kop., zarobił 20%; ile zyskał?

580. Dochody miasta wyniosły 39 872 rs. i były o 12% większe, niż przewidywano w budżecie. O ile większe były dochody rzeczywiste od przewidywanych?

581*. Gospodarz po omłóceniu kilku pierwszych kóp żyta obliczył, ile go mieć będzie. Po omłóceniu wszystkiego miał 26,105 korca, t. j. o 13,5% więcej, niż był obliczył. O ile więcej nad owo obliczenie miał żyta?

582*. Z dwu równoważnych prostokątów wysokość jednego jest 2,6 *m*, a podstawa 4,13 *m*, i jest o 18% większa od podstawy drugiego. Jaka jest wysokość drugiego prostokąta?

—583. Kupiec na towarze, sprzedanym za 2014 rs. 74 kop., zarobił 223 rs. 86 kop. Jaki procent przedstawia ten zarobek od sumy, wyłożonej na kupno tego towaru?

584*. Do budowy domu zużyto 30 774 cegieł, t. j. o 3174 więcej, niż obliczono w kosztorysie; o ile % cegieł zużyto więcej, niż pierwotnie przewidywano?

585. Kupiłem dwa gatunki owsa, jeden po 6,75 rs., drugi po 7,045 rs. za 1 korzec. O ile % drugi jest droższy od pierwszego?

586. Za robotę czeladnik otrzymał 96 rs. 40 kop., a jego pomocnik o 24 rs. 10 kop. mniej. O ile % otrzymał czeladnik więcej niż pomocnik?

587. Urzędnikowi przyznano dodatek z powodu drożyzny tak, iż pobiera miesięcznie 147 rs., t. j. o 15 rs. 75 kop. więcej niż przed przyznaniem owego dodatku? Jaki ów dodatek przedstawia % od pierwotnej płacy?

588. Jeżeli, pożyczywszy komuś 100 rs. na 6%, przy wypłacie potrącam z góry ów procent, to właściwie na ile % pożyczyłem pieniądze?

589. Kupca jeden towar kosztował tyle, co drugi. Sprzedawszy pierwszy towar za 1075 rs. 20 kop., miał kupiec 179 rs. 20 kop. zarobku; ze sprzedaży zaś drugiego towaru miał zysk o 5% mniejszy. Za ile sprzedał drugi towar?

— **590.** Przedsiębiorca, który się podjął wybudowania domu, zarobił 11392 rs., co przedstawia 18% od istotnego kosztu. Ile mu zapłacono za wybudowanie domu?

591. Właściciel domu poczynił w nim ulepszenia na sumę 25900 rs., która przedstawiała 18,5% od sumy, za dom zapłaconej. Za ile może sprzedać ten dom, nic nie tracąc, ani nic nie zarabiając?

592. Kupiec na sprzedaży 325-u funtów cukru zarobił 9,75 rs., co przedstawia 20% zysku; po ile sprzedawał 1 funt tego cukru?

593. Nakładca na sprzedaży 986-u egzemplarzy książki zarobił 739 rs. 50 kop., co przedstawia 25% zysku; po ile sprzedawał egzemplarz tego dzieła?

594. Komisant na sprzedaży towaru fabrykanta zarobił 933 rs. 50 kop., które przedstawiały 5% sumy, po potrąceniu tego komisowego przypadającej fabrykantowi. Za jaką sumę sprzedał komisant towar?

— **595.** Kupiec na sprzedaży towaru za 2125 rs. 20 kop. zarobił 15,5%; za ile ten towar kupił?

596*. W tym samym czasie pociąg pośpieszny zrobił o 24% większą drogę niż zwyczajny, a mianowicie przejechał 465 *km*. Ile *km* przejechał pociąg zwyczajny?

597. Koszt budowy teatru był o 27,5% większy, niż przewidywano, a wyniósł 1 402 500 rs. Jaki koszt budowy teatru przewidywano pierwotnie?

598. Jeden ze spadkobierców otrzymał 50 500 rs., t. j. o 30% więcej, aniżeli drugi. Ile otrzymał drugi?

599*. Z miasta A do miasta B prowadzą dwie drogi: droga żelazna ma 203 wersty długości i jest o 16% dłuższa od gościńca. Jak długi jest gościniec?

600. Oświetlenie domu w ciągu 4-ch miesięcy zimowych kosztowało 59 rs. 80 kop., t. j. o 15% więcej niż opał w ciągu jednego miesiąca. Ile kosztował opał w ciągu owych 4-ch miesięcy?

601. Wybudowanie i urządzenie willi kosztowało mnie 52 000 rs., t. j. o 60% więcej, niż zapłaciłem za ogród, w którym ją wystawiłem. Ile kosztuje mnie cała ta posiadłość?

602. Na wyścigach za jeden bieg wyznaczono nagrodę, z której dla pierwszego konia przeznaczono 3400 rs., t. j. o 70% więcej, niż dla drugiego, a dla drugiego o 60% więcej niż dla trzeciego. Jak wielka była cała nagroda za ten bieg?

603*. Kupiec hurtowy dostawił detalicznemu 561 funtów migdałów,

dając mu 2% nawagi; za ile funtów kupiec detaliczny ma zapłacić hurtowemu?

Uwaga 8. Nawaga oznacza ustępstwo na wadze przy sprzedaży hurtowej towaru, przeznaczonego na sprzedaż detaliczną.

= **604**. Na licytacyi sprzedano towaru za 787 rs. 50 kop., t. j. o 37% niżej kosztu. Jaką stratę poniósł właściciel towaru?

605. Ktoś sprzedał na wiosnę 168 korcy żyta, z odstawą we wrześniu, po 6,75 rs. za 1 korzec. Cena ta od płaconej na targu we wrześniu okazała się mniejszą o 19%. Ile na wczesnej sprzedaży stracił właściciel żyta?

606. Wierzyciel odebrał od kupca, który ogłosił upadłość, 17 298 rs., straciwszy 28% kapitału. Jaką sumę stracił wierzyciel?

607. Z grona uczniów, którzy jednocześnie wstąpili do klasy I, nie weszło po roku do klasy II 25%; z pozostałych po roku do klasy III nie weszło $16\frac{2}{3}$%; z pozostałych po roku do klasy IV nie weszło 10%, a znalazło się w klasie IV z owego grona 27-u uczniów. Ilu z owego grona uczniów, którzy razem wstąpili do klasy I, nie doszło do klasy IV?

608. Kupiec nabył 76 pudów cukru po 5 rs. za 1 pud, i wskutek tego, że cena cukru spadła nagle w sprzedaży detalicznej o 5%, zarobił tylko po 3 kop. na 1-ym funcie. O ile więcej kupiec w chwili nabycia tego zapasu cukru spodziewał się zarobić?

— **609**. W magazynie w stolicy sprzedano handlującym z prowincyi 188 okryć, wyszłych z mody, średnio po 18 rs., przyczem ów magazyn poniósł 366 rs. straty. Jaki % od kosztu okryć ta strata przedstawia?

610*. Do kupca nadeszło towaru 359 *kg* 310 *g* netto (uw. 4), a tara wynosiła 53,69 *kg*; jaki % wagi brutto przedstawia tara?

611*. Do otrzymania 38-u *kg* kawy palonej trzeba o 7 *kg* więcej kawy surowej. O ile % powinna być tańsza kawa surowa, jeżeli się nie uwzględnia kosztów palenia?

612. Pożyczając sumę pieniężną, wierzyciel, potrąciwszy z góry 450 rs. procentu, wypłacił dłużnikowi gotówką 4350 rs. Ile % liczy wierzyciel?

— **613**. Komisant, potrąciwszy z nadesłanej sumy, jako $2^1/_4$% prowizyi (uw. 1), 738 rs., za resztę wysłał towary kupcowi. Jaką one przedstawiają wartość?

614. Wskutek bankructwa kupca, wierzyciel stracił 1176 rs., jako 28% sumy pożyczonej. Ile rubli uratował?

615. Pośrednik za sprzedanie domu otrzymał faktornego (uw. 2) 468 rs. 50 kop., które przedstawiały 2% od sumy, wypłaconej przez nabywcę. Jaką sumę otrzymał właściciel?

616. Przyznana na 1 akcyę dywidenda (uw. 5 i 6) wyniosła 14 rs. 30 kop., które przedstawiały $5^1/_2$% od ceny, za którą można było

sprzedać tę akcyę przed otrzymaniem dywidendy. Za jaką sumę możnaby ją sprzedać po otrzymaniu dywidendy?

617. Kupiec sprzedał towar, nabyty w fabryce, ze stratą 8430 rs., stanowiącą 20% od ceny towaru fabrycznej; transport wyniósł $1/30$ tejże ceny. Ile go ten towar kosztował?

· **618**. Kupiec tak naznaczył cenę na towar, iżby osiągnąć 25 rs. zysku, co przedstawiałoby 20%; sprzedał jednak ten towar ze stratą 10%. Za ile ten towar sprzedał?

— **619***. Po bitwie ubyło z szeregów 21% żołnierzy, a zostało 30 415 żołnierzy. Ilu było przed bitwą?

620. W fabryce wartość maszyn i urządzeń, po odliczeniu 10% za zużycie przez rok, oznaczona została na 38 426 rs. 85 kop. Na jaką sumę oznaczona była ich wartość przed tem odliczeniem?

621*. Kupiec według umowy miał zabrać rzepak w końcu lipca; tymczasem zgłosił się po odbiór znacznie później, kiedy już rzepak zesechł się o 8%. Wymierzono wtedy rzepaku 782 korcy. Za ile korcy po cenie, w pierwotnej umowie oznaczonej, powinien kupiec zapłacić?

622. Czytelnia zapłaciła za wzięte z księgarni książki po potrąceniu 12% rabatu (uw. 7) 340 rs. 12 kop. Za ile rubli według cen katalogowych wzięła książek?

623. Kupiwszy majątek, włożyłem weń na budynki i ulepszenia 30 000 rs., lecz wkrótce zmuszony byłem go sprzedać za 132 000 rs., ponosząc 12% straty. Za ile ten majątek kupiłem?

(Art. 76.) **624**. Przedsiębiorca wybudował jednocześnie dwa domy. Na jednym, który sprzedał za 58 200 rs., stracił 3%; na drugim zaś, który sprzedał za 59 000 rs., zyskał 18%. Ile rubli na tych dwu domach zarobił?

625. Ktoś kupił dom za 118 000 rs.; przerobił go i urządził w nim hotel, co go kosztowało 18% od sumy, za dom zapłaconej, i sprzedał go za 174 050 rs. Ile % zarobił?

626. Fabrykant wyznaczył tak cenę na swój towar, aby mieć 25% zysku. Ile % od owej ceny mógłby dać rabatu (uw. 7), nic nie tracąc i nic nie zarabiając?

627. Ile % zarabia księgarz na sprzedaży dzieła, jeżeli nakładca tego dzieła daje księgarzowi rabatu: a) 20%, b) 25%, c) $33\frac{1}{3}$%, d) 50%?

628. Jaką cenę ma naznaczyć fabrykant na towar, który go kosztuje 245 rs., aby, sprzedając z rabatem 30% (od ceny sprzedaży), osiągnął zysku 40% (od ceny kosztu)?

629. Jaką cenę naznaczył fabrykant na towar, który go kosztuje 245 rs., jeżeli, sprzedając go z rabatem 30%, stracił 16% ceny kosztu?

630. Dwu komisantów pewnej fabryki mają różne umowy. Pierwszy pobiera 10% od sumy, za którą towar fabryki sprzedał,

a drugi 10% od sumy, która po potrąceniu komisowego fabryce przypada. Który ma umowę korzystniejszą i o ile % od sumy, która fabryce przypada po potrąceniu komisowego?

631. Jeden kupiec hurtowy, sprzedając rodzynki kupcowi detalicznemu, potrąca z rachunku 2% jako nawagę (uw. 8) od otrzymanego towaru, drugi zaś jako nawagę dodaje towaru 2%, obliczone od tego, co otrzymano. Gdyby kupiec detaliczny od każdego z tych dwu kupców hurtowych otrzymał po 255 funtów rodzynków, to za ile funtów miałby zapłacić pierwszemu, a za ile drugiemu?

632. Kupiec straciłby na 1 funcie towaru 12%, gdyby owa strata wynosiła 33 kop. Jaką ma oznaczyć cenę, aby mieć 8% zarobku?

ZWYKŁE OBROTY PIENIĘŻNE Z UWZGLĘDNIENIEM CZASU.

(Art. 79.) Ile przyniesie: **633.** 100 000 rs., umieszczonych na $4\frac{1}{2}$% w ciągu 6-u lat. **634.** 7350 rs. po 5% w ciągu 4-ch lat. **635.** 4860 rs. po 4% w ciągu 9-u miesięcy. **636.** 17 670 rs. po $5\frac{1}{2}$% w ciągu 2-u lat 8-u miesięcy. **637.** 6740 rs. po 5% w ciągu 3-ch miesięcy 24-ch dni. **638.** 8500 rs. po $3\frac{1}{3}$% w ciągu 2-u lat 7-u miesięcy i 6-u dni?

639. Ktoś umieścił w kasie oszczędności 3640 rs. na 4%, a 9860 rs. na $4\frac{1}{2}$%. Ile mieć będzie razem dochodu w ciągu 1-go roku i 9-u miesięcy?

640. Mam akcye kolei żelaznej na 50 000 rs., które, prócz zapewnionego procentu 5%, przyniosły w jednym roku superdywidendy $2\frac{1}{2}$%, w drugim zaś roku $3\frac{1}{4}$%. Ile miałem od tych akcyj dochodu w ciągu owych 2-u lat?

Uwaga 9. Tak państwo, jak i uprawnione do tego stowarzyszenia wypuszczają dowody udziału, zwane *akcyami*, *obligacyami*, *listami zastawnemi*, *losami* (wogóle: *papierami procentowemi*), których właściciele otrzymują albo stale oznaczony *procent*, albo jedynie *dywidendę* (uw. 6), alboteż, prócz stale zapewnionego procentu, jeszcze czyto dochód dodatkowy, jeżeli się okaże, zwany *superdywidendą*, czyteż niekiedy *wygrane* (premie). Na papierze procentowym jest oznaczony kapitał (*wartość nominalna*); stosownie do dochodu, jaki przynosi, i pewności, płaci się więcej lub mniej, co nazywamy *kursem*, np. za 500 rs. płaci się 493 rs. lub 608 rs., a to się oznacza: kurs 493 lub kurs 608. (Por. zad. 507.)

641. Ktoś ma na 30 000 rs. listów zastawnych 4-o-procentowych towarzystwa kredytowego ziemskiego, na 20 000 5-o-procentowych obligacyj kolei żelaznych, na 40 000 rs. akcyj przędzalni, którym przypadła roczna dywidenda $12\frac{1}{4}$%, oraz na 20 000 rs. 3-ch-procentowych losów miasta X, z których na jeden los padła wygrana 1000 rs., a na dwa po 300 rs. Jaki miał od wszystkich tych papierów dochód w ciągu roku?

642. Trzej spólnicy włożyli w handel po 16 500 rs. Jeden wycofał po $\frac{1}{2}$ roku 3500 rs., drugi po 9-u miesiącach 8300 rs., a trzeci

po 8-u miesiącach dodał 2500 rs. Po zamknięciu rachunków handlu za rok okazało się, iż czysty zarobek wyniósł 15%. Ile każdy ze spólników otrzymał dochodu ze swego kapitału?

— Na ile % umieszczone były:

643. 20 584 rs., które w ciągu 2-u lat przyniosły 2470 rs. 8 kop.?

644. 3400 rs., które w ciągu 2-u lat i 6-u miesięcy przyniosły 425 rs.?

645. 4000 rs., które w ciągu 3-ch lat i 4-ch miesięcy przyniosły 600 rs.?

646. 840 rs., które w ciągu $3^1/_2$ miesiąca przyniosły 19 rs. 60 kop.?

647. 1735 rs., które w ciągu 2-u lat, 2-u miesięcy i 20-u dni przyniosły 173 rs. 50 kop.?

648. 38 400 rs., które w ciągu 3-ch lat 3-ch miesięcy i 3-ch dni przyniosły 6647 rs.? —

649. Dom, kupiony za 63 000 rs., w ciągu 2-u lat i 6-u miesięcy przyniósł czystego dochodu 9975 rs., a majątek ziemski, kupiony za 210 000 rs., w ciągu 2-u lat przyniósł czystego dochodu 26 250 rs. Która z tych nieruchomości przynosi większy dochód i o ile %?

650. Winiarz z beczki wina, która kosztowała 102 rs., miał 170 butelek. Przechowawszy to wino przez 3 lata, sprzedał je kupcowi po 90 kop. za butelkę. Ile % miał od kapitału, wyłożonego na kupno wina?

651. Dłużnik, nie zapłaciwszy w terminie 1500 rs., był po 3-ch miesiącach zmuszony sądownie do zapłacenia 5% za owe trzy miesiące i nadto kosztów sądowych i egzekucyjnych 124 rs. Ile właściwie zapłacił % za owe 3 miesiące?

652. Na dwu synów przypadło 216 000 rs., z których $\frac{5}{12}$ wziął starszy i kupił dom, przynoszący rocznie 6720 rs., młodszy zaś $\frac{3}{7}$ swej schedy włożył do banku na 4%, a za resztę kupił mydlarnię, która mu przynosi rocznie 7200 rs. Ile % ma każdy z braci od swej schedy?

— Jaki kapitał, umieszczony:

653. na 5% w ciągu 4-ch lat, przyniesie 6889 rs. 60 kop.?

654. na 4% w ciągu 6-u lat i 6-u miesięcy, przyniesie 16 601 rs.?

655. na $6\frac{1}{2}$ % w ciągu 2-u lat i 9-u miesięcy, przyniesie 31460 rs.?

656. na $3\frac{3}{4}$ %, za 1 rok i 2 miesiące przyniesie 360 rs. 50 kop.?

657. na $7\frac{1}{2}$ %, za 2 lata i 20 dni przyniesie 31 rs. 45 kop.?

658. na $2\frac{1}{4}$ %, za 2 lata 7 miesięcy i 6 dni przyniesie 1173 rs. 51 kop.? —

659. Ktoś nabył fabrykę, a po trzech latach sprzedał ją, straciwszy 81 000 rs., co przedstawiało $2^1/_2$% rocznie od wyłożonego na kupno kapitału. Za ile kupił tę fabrykę?

660. Ktoś kupił majątek ziemski i znalazł w nim pokłady gipsu. Przez 4 lata eksploatując te pokłady, otrzymał z nich do-

chodu 959 000 rs., co przedstawiało 137% od sumy, którą za majątek zapłacił. Za ile nabył ten majątek?

661. Kupiec sprzedał nabyty towar po $3\frac{1}{2}$ miesiąca, zarobiwszy 875 rs., co przedstawiało dochodu 15% rocznie. Za ile ten towar nabył?

662. Dom przyniósł w ciągu 5-u kwartałów czystego dochodu 14 580 rs., co przedstawia $4\frac{1}{2}$% od kapitału, wyłożonego na kupno tego domu. Za ile ten dom kupiono?

— W ciągu jakiego czasu:

663. 3670 rs. po 5% przyniesie 550 rs. 50 kop.?

664. 5940 rs. po 4,75% przyniesie 1128 rs. 60 kop.?

665. 7310 rs. po 4% przyniesie 804 rs. 10 kop.?

666. 89 400 rs. po 5,5% przyniesie 14 341 rs. 25 kop.?

667. 41 400 rs. po 3% przyniesie 345 rs.?

668. 3975 350 rs. po 4,75% przyniesie 75 531 rs. 65 kop.? —

669. Po ilu latach od kapitału, umieszczonego po 5%, odsetki wyniosą $\frac{1}{8}$ część tego kapitału?

670. Ktoś złożył w kasie oszczędności 12 000 rs. na 4%, po 2-u miesiącach podjął 4500 rs.; a kiedy później odebrał resztę, wypłacono mu prócz 7500 rs. jeszcze odsetek 155 rs. Po upływie jakiego czasu od złożenia kapitału odebrał pieniądze?

671. Dwa kapitały, jeden 58 500 rs. po 5%, drugi 88 400 rs. po 4,25%, za różny przeciąg czasu przyniosły te same odsetki, mianowicie 3315 rs. Za jaki przeciąg czasu?

672. Dłużnik był winien 5000 rs., pożyczone na 5%. Zwracając dług, zapłacił 5% tylko za pierwsze pół roku, a za resztę czasu 4%. Odsetki owe wyniosły razem 265 rs. Po jakim czasie zwrócił pieniądze?

(Art. 80.) 673. Do jakiej sumy wzrośnie kapitał 4560 rs. wskutek dołączenia doń odsetek po 7% za 6 lat?

674. Na ile % wypożyczono 4560 rs., jeżeli po upływie 6-u lat kapitał wraz z odsetkami przedstawiał sumę 6156 rs.?

675. W ciągu jakiego czasu kapitał 4560 rs., umieszczony po 7%, przedstawi wraz z odsetkami sumę 6156 rs.?

676. Właściciel majątku ziemskiego czerpał w ciągu trzech lat na ulepszenia z kapitału zapasowego corocznie tę samą kwotę, przedstawiającą mianowicie 8% od owego pierwotnego kapitału. Po 3-ch latach pozostało z tego kapitału 93 556 rs. Jaki był ten kapitał pierwotnie?

677. Ile zostanie z kapitału 123 100 rs., jeżeli przez 3 lata będziemy go corocznie zmniejszali o 8% od pierwotnego kapitału?

678. Po 3-ch latach z kapitału 123 100 rs. pozostało 93 556 rs. Po ile % od pierwotnego kapitału zmniejszał się on średnio corocznie.

7*

679. W ciągu ilu lat z kapitału 123 100 rs. pozostanie 93 556 rs., jeżeli corocznie zmniejszać go będziemy o 8% od kapitału pierwotnego?

680. Jaki kapitał, umieszczony na 4%, przedstawi po 3-ch miesiącach wraz z odsetkami sumę 2424 rs.?

681. Jaki kapitał, umieszczony na 3,75%, przedstawi po $5\frac{1}{2}$ miesiąca wraz z odsetkami sumę 800 rs.?

682. Jaki kapitał, umieszczony na 2,5%, przedstawi po $4\frac{1}{8}$ miesiąca wraz z odsetkami sumę 52 308 rs.?

683. Jaki kapitał, umieszczony na $4\frac{1}{4}$%, przedstawi po 7-u miesiącach wraz z odsetkami sumę 1800 rs.?

684. Jaki kapitał, umieszczony na 5%, przedstawi po 35-u dniach wraz z odsetkami sumę 5850 rs.?

685. Jaki kapitał, umieszczony na 5,5%, przedstawi po 25-u dniach wraz z odsetkami sumę 8000 rs.?

686. Jaki kapitał, umieszczony na $3\frac{1}{3}$%, przedstawi po 185-u dniach wraz z odsetkami sumę 17 576 rs.?

687. Jaki kapitał, umieszczony na $6\frac{2}{3}$%, przedstawi po 216-u dniach wraz z odsetkami sumę 4500 rs.?

688. Jaki kapitał, umieszczony na 7%, przedstawi po 145-u dniach wraz z odsetkami sumę 8600 rs.?

689. Jaki kapitał, umieszczony na 8%, przedstawi po 7-u miesiącach i 12-u dniach wraz z odsetkami sumę 10000 rs.?

DYSKONT.

(Art. 81.) **690**. Ile należy zapłacić za weksel, wystawiony na 2424 rs., płatny po 90-u dniach, dyskontując go po 4%? (por. zad. 680.)

691. Ile należy zapłacić za weksel, wystawiony na 800 rs., płatny po 165-u dniach, dyskontując go po 3,75%? (Por. zad. 681.)

692. Ile należy zapłacić za weksel, wystawiony na 4300 rs., płatny po 130-u dniach, dyskontując go po 2,5%? (Por. zad. 682.)

693. Ile wyniesie dyskont po 4,25% od wekslu na 1800 rs., płatnego po 210-u dniach? (Por. zad. 683.)

694. Ile wyniesie dyskont po 5% od weksla na 5850 rs., płatnego po 35-u dniach? (Por. zad. 684.)

695. Ile należy zapłacić 5-go czerwca za weksel, wystawiony 30-go stycznia na 5 miesięcy na 8000 rs., dyskontując go po 5,5%? (Por. zad. 685.)

696. Ile należy zapłacić 2-go sierpnia za weksel, wystawiony 7-go lipca na 7 miesięcy na 17 576 rs., dyskontując go po $3^1/_3$%? (Por. zad. 686.)

697. Ile należy zapłacić 29-go kwietnia za weksel, wystawiony 5-go marca na 9 miesięcy na 4500 rs., dyskontując go po $6^2/_3$%? (Por. zad. 687.)

698. Ile wyniesie dyskont po 7% od weksla, wystawionego 23-go marca na 8 miesięcy na 8600 K, a sprzedawanego w d. 28-ym czerwca? (Por. zad. 688.)

699. Ile wyniesie dyskont po 8% od weksla, wystawionego 23-go czerwca na 8 miesięcy na 10000 K, a sprzedawanego 11 lipca? (Por. zad. 689.)

700. Ile traci właściciel weksla na 3000 rs., sprzedając go po 6% na 120 dni przed terminem, na tem, iż dyskontowanie weksla nie jest uważane za zwykły obrót pieniężny?

701. Kupcowi hurtowemu jest winien od dziś kupiec detaliczny za wzięty towar pewną sumę, którą z procentem 6% ma mu zapłacić po upływie pół roku. Wystawia więc kupcowi hurtowemu weksel z terminem półrocznym na 1030 rs. Kupiec hurtowy zdyskontował dziś w banku tenże weksel po 6%. Ile stracił?

ODSETKI SKŁADANE.

(Art. 82.) 702. Oddano 7500 rs. na procent składany po 4%; jaki się utworzy kapitał po upływie 4-ch lat?

703. Oddano 30000 rs. na procent składany po 3,6%; jaki się utworzy kapitał po upływie 3-ch lat i 8-u miesięcy?

(Art. 83.) 704. Złożono 15000 rs. na procent składany po 4%; jaki się utworzy kapitał po 25-u latach?

705. Złożono 7546 rs. na procent składany po 3,5%; jaki się utworzy kapitał po 18-u latach?

706. Złożono 95680 rs. na procent składany po 5,5%; jaki się utworzy kapitał po 32-u latach?

707. Złożono 25000 rs. na procent składany po 5%; jaki się utworzy kapitał po 100-u latach?

(Art. 84.) 708. Ile oddano na procent składany po 4%, jeżeli w ciągu 12-u lat nagromadził się kapitał 4803,1 rs.?

709. Ktoś chce złożyć na procent składany po 5% taki kapitał, aby po upływie 21 lat miał 50000 rs.; ile złożyć powinien?

710. Ile trzebaby złożyć na procent składany po 5,5%, aby po upływie 25-u lat mieć 100000 rs.?

REGUŁA TRZECH ZŁOŻONA.

(Art. 86—90.) 711. Kupiono 15 postawów sukna, w każdym po 30 arszynów za 2250 rs. Ile wypadnie zapłacić za 10 postawów takiegoż sukna, jeżeliby w każdym postawie było 36 arszynów?

712. Na 15 osób w ciągu 18-u dni wyszło mięsa za 135 rs.; ile powinnoby kosztować mięso dla 35-u osób w ciągu 21 dni?

713. Pielgrzym, idąc dziennie po 10 godzin, w ciągu 15-u dni

przeszedł 600 werst. Ile werst, idąc z tą samą prędkością, przeszedłby w 45-u dniach po 8 godzin dziennie?

714. Na 300 mundurów wyszło 750 arszynów sukna, szerokiego na 1,5 arszyna; ile takich mundurów możnaby mieć z 2862 arszynów sukna, szerokiego na 1,25 arszyna?

715. Za przewóz 432-u pak po 355 *kg* w każdej zapłacono 191,7 rs. Ile wypadnie zapłacić za przewóz w tych samych warunkach 380-u pak po 240 *kg* w każdej?

716. Pompa parowa o sile 72-u koni wyrzuca w pewnym czasie 540 m^3 wody na wysokość 42-u *m*. Jak wielką siłę posiada pompa, wydobywająca w tym samym czasie 1050 m^3 na wysokość 60 *m*?

717. Piotr pożyczył od swego przyjaciela Jana 1700 rs. Gdy po trzech latach zwrócił pieniądze, Jan procentu przyjąć nie chciał, ale przyjął od Piotra podarek wartości 178,5 rs. Po pewnym czasie Jan pożyczył od Piotra 2000 rs., które mu zwrócił po $\frac{1}{2}$ roku z podarkiem, odpowiednim temu, jaki był od Piotra otrzymał. Ile wart był ten podarek?

718. Pielgrzym zamierzał udać się do miejsca, oddalonego o 384 *km*, i miał tę drogę odbyć w 16-u dniach, idąc dziennie po 6 godzin. Wybrał się jednak do innego miejsca oddalonego o 460 *km*, do którego ma dojść po 23-ch dniach. Jeżeli będzie szedł równie szybko, jak pierwotnie zamierzał, to po ile godzin dziennie iść powinien?

719. Piekarz trzyma mąkę w workach, obejmujących tę samę ilość mąki. Na 1083 bochenków chleba 2-ukilogramowych wyszła mąka z 19-u worków. Ile z 10-u worków mąki powinien wypiec półtorakilogramowych bochenków chleba?

720. Na 27-u jednakowych wozach przewieziono 675 pudów. Dla przewiezienia 600 pudów ile trzeba wozów, których 4 bierze takisam ciężar, jak poprzednie 3 wozy?

721. Na chodnik, długi na 250 sażeni i szeroki na 3 stopy, wyszło 13 500 kostek kamiennych. Jak długi możnaby ułożyć chodnik, szeroki na 4 stopy, z 16 200 takichże kostek?

722. Koło, mające obwodu 4,5 *m*, w ciągu 2,8 godziny zrobiło 16,5 *km*. W ciągu ilu godzin koło, mające obwodu 4,2 *m*, przebieży 7,7 *km*, jeżeli robi tyleż co pierwsze obrotów na godzinę?

723. Fabryka w pierwszym roku była czynna przez 9 miesięcy, średnio po 25 dni w miesiącu, i dawała zajęcie 70-u robotnikom, pracującym po 8 godzin dziennie, którzy zarobili 5073 rs. W następnym roku było średnio po 21 dni roboczych w każdym miesiącu i pracowało stale 100 robotników po 10 godzin dziennie; ile zarobili?

724. 30-u robotników za 33 dni pracy po $9\frac{1}{2}$ godziny dziennie

otrzymało 311,04 rs. Ile się należy 19-u robotnikom za 90 dni pracy po 11 godzin dziennie?

725. Podróżny, jadąc drogą żelazną 20 dni po 10 godzin dziennie, przejechał 5600 werst. Ile przejechał werst, jadąc 27 dni po $12\frac{1}{2}$ godziny dziennie pociągiem, który robi 40 werst w tym czasie, w jakim pierwszy pociąg robił 35 werst?

726. Sztaba niklu, długa na 3 *m*, szeroka na 0,8 *m*, a gruba na 0,4 *m*, waży 8448 *kg*. Jak długa jest sztaba niklu, ważąca 924 *kg*, szeroka na 0,3 *m*, a gruba na 0,1 *m*?

727. 30-u robotników za 36 dni pracy po $9\frac{1}{2}$ godziny dziennie otrzymało 311,04 rs. Ilu robotnikom za 190 dni pracy po 9 godzin dziennie zapłacono 1866,24 rs.?

728. 45-u murarzy w 20-u dniach postawiło ścianę 12 sażeni długą, 9 arszynów wysoką i grubą na 27 cali. W ilu dniach 66-u murarzy może postawić ścianę, wysoką na 11 arszynów, grubą na 36 cali, a długą na 27 sażeni?

729. 45-u murarzy postawiło w 20-u dniach ścianę, 12 sażeni długą, 9 arszynów wysoką i grubą na 27 cali Jak długą ścianę może postawić 36-u murarzy w 30-u dniach, jeżeli wysokość jej będzie 6 arszynów, a grubość 18 cali?

730. 15-u tkaczów, pracując po 9 godzin dziennie w ciągu 32 dni, utkało 2400 *m* płótna, mającego 1,5 *m* szerokości; w ciągu ilu dni 24 tkaczy, pracujących po 8 godzin dziennie, utkać może 3600 *m* płótna tegoż gatunku, lecz mającego szerokości 1,8 *m*?

731. 375 morgów obsiało żytem 6-u ludzi w ciągu 15-u dni po 9 godzin dziennie; iluby trzeba ludzi dla obsiania żytem 550 morgów w ciągu 18-u dni po 11 godzin dziennie?

732. W księdze magazynu wojskowego wpisano raz, iż wydano $9\frac{1}{2}$ postawu sukna, szerokiego na 1 arszyn, po 36 arszynów w jednym postawie, a wartość tego sukna była 1425 rs. Drugim razem niewyraźnie zapisano ilość wydanych postawów takiegoż sukna, szerokiego na $\frac{3}{4}$ arszyna, po 30 arszynów w każdym postawie, a wartość tego sukna była 3750 rs. Ile postawów wydano drugim razem?

733. Na oświetlenie 27-u sal szpitala, po 7 lamp w każdej, wyszło w 70-u dniach 504 funty nafty. Na ile dni wystarczy 132 funty nafty, jeżeli będzie oświetlonych tylko 21 sal, a w każdej sali będzie się paliło po 5 lamp?

734. W lokalu przez 3 dni po $7\frac{3}{4}$ godziny było zapalonych 30 płomieni gazowych, za co zapłacono 9,3 rs. W innym lokalu przez 2 dni po $6\frac{1}{4}$ godziny były zapalone takież płomienie gazowe, za co zapłacono 7 rs. Ile w tym drugim lokalu było zapalonych płomieni gazowych?

735. Na opał do 15-u pieców w ciągu 36-u dni wyszło 20 sążni sześciennych drzewa sosnowego. Ile potrzebaby sążni sześciennych

drzewa brzozowego na opał do 20 takichże pieców w ciągu 54-ch dni, jeżeli 2 sążnie drzewa brzozowego dają tyle ciepła, co 3 sosnowego?

736. Podróżny, jadąc drogą żelazną 20 dni po 12 godzin dziennie, przejechał 5600 werst. Po ile godzin miałby jechać dziennie, aby w 16 dniach przejechać 4480 werst pociągiem, który robi 40 werst w tym czasie, w jakim pierwszy pociąg robił werst 35?

737. W cegielni 30 robotnic w 27-u dniach, pracując po 9 godzin, wyrobiło 20 169 cegieł. Ile cegieł wyrobi 24 robotników w 30-u dniach, pracując dziennie po 11 godzin, jeżeli w tym czasie, w którym każda robotnica wyrabia 3 cegły, każdy robotnik wyrabia ich 5?

738. Zbiornik, długi na 12,75 *m*, szeroki na 7 *m*, a głęboki na 12 *m*, napełnia woda 6-u jednakowemi rurami w przeciągu 4 dni i 16 godzin. Ile potrzeba równych rur, aby zbiornik, długi na 15,3 *m*, szeroki na 9,75 *m*, a głęboki na 15 *m*, napełnił się w ciągu 3,9 doby, jeżeli przez każdą z rur, dochodzących do drugiego zbiornika wpływa wody 3 m^3 w takim czasie, w jakim przez każdą z rur do pierwszego zbiornika wpływa wody 2 m^3?

739. Koło, mające obwodu 2,75 arszyna, przebiegło w 4,5 godziny 55 werst; w jakim czasie przebiegłoby 210 werst koło o 3-ch arszynach obwodu, jeżeliby robiło 5 obrotów w tym czasie, w jakim pierwsze robi 2 obroty?

740. 10-u cieśli może wykonać wiązanie dachu w ciągu 18-u dni, pracując dziennie po godzin 9. Po 5-u dniach takiej pracy okazało się, iż ta robota ma być wykończona w ciągu dalszych 9-u dni. Cieśle przystali, aby nadal pracować dziennie po 10 godzin. Ilu jeszcze cieśli donająć potrzeba?

Rozwiązać zapomocą proporcyj zadania: 633—638, 643—648, 653—669.

REGUŁA PODZIAŁU PROPORCYONALNEGO.

(Art. 92.) **741**. Czterem robotnikom zapłacono 202,5 rs. Ile każdy z nich otrzyma, jeżeli pierwszy pracował 21 dni, drugi 15 dni, trzeci 33 dni, a czwarty 12 dni?

742. Trzej spólnicy, z których pierwszy włożył 2000 rs., drugi 4500 rs., a trzeci 3750 rs., zarobili 2324,7 rs. Ile przypada na każdego ze spólników?

743. 8400 rozdzielić na cztery części proporcyonalne względem liczb $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{28}$, $2\frac{1}{7}$, $3\frac{1}{2}$.

744. Czterej spólnicy, z których jeden wniósł $\frac{2}{7}$, drugi $\frac{1}{8}$, trzeci $\frac{1}{3}$, a czwarty resztę kapitału, zarobili 8085 rs. Ile z tego zarobku przypada na każdego spólnika?

745. Trzej spólnicy stracili na przedsiębiorstwie 4389 rs., a po

zamknięciu rachunków pierwszy odebrał 7315, drugi 5120,5, trzeci zaś 2926 rs. Ile każdy z nich włożył w to przedsiębiorstwo?

(Art. 93.) **746**. Liczbę 971,25 podzielić na cztery części tak, iżby stosunek pierwszej do drugiej był 3:4, drugiej do trzeciej 2:5, a pierwszej do czwartej 1:6.

747. Ojciec rozdzielił 16315 rs. między trzech synów proporcyonalnie względem ilości ich lat. Stosunek ilości lat dwu młodszych braci jest 5:8, a dwu starszych 12:13. Ile otrzymał każdy z synów?

748. Trzy gminy mają złożyć 752,45 rubli na budowę drogi proporcyonalnie względem ilości mieszkańców. Pierwsza gmina ma 3600, druga 27000 mieszkańców, a stosunek mieszkańców w gminach trzeciej i pierwszej jest 8:5. Ile ma wnieść każda gmina?

749. Cztery osoby wzięły los: pierwsza dała 7,5 rs., druga 4,1 rs., trzecia 4,9 rs., a czwarta dała $\frac{5}{7}$ tego, co trzecia. Wygrana była 50000 rs. Jak się nią mają podzielić?

750. Ojciec między trzech synów, którzy mają 26, 20 i 15 lat, rozdziela 78408 rs. odwrotnie proporcyonalnie względem ilości ich lat. Ile każdy dostanie?

751. 12225 rs. rozdzielono między cztery osoby tak, iż druga otrzymała $\frac{8}{4}$ tego, co pierwsza, a nadto 978 rs., trzecia $\frac{1}{6}$ tego, co pierwsza, a nadto 2119 rs., czwarta zaś o 652 rs. mniej od $\frac{4}{6}$ tego, co otrzymała pierwsza. Ile otrzymała każda z tych 4-ch osób?

(Art. 94.) **752**. Fabryka wysłała koleją żelazną 678 pudów towaru do stacyi, oddalonej o 54 wersty, a 1017 pudów do stacyi, oddalonej o 81 werst. Za cały transport zapłaciła 676 rs. Jaką kwotą ma obciążyć rachunek każdej wysyłki?

753. Trzy gromady robotników pracowały przy budowie drogi. Jedna, w której było 190 robotników, pracowała 20 dni, druga, w której było 220 robotników, pracowała 15 dni, a trzecia, w której było 120 robotników, pracowała 25 dni. Wszystkie trzy razem zarobiły 14140 rs. Ile przypada na każdą gromadę?

754. W cegielni pracowało 85 mężczyzn przez 30 dni, 50 kobiet przez 34 dni i 20 chłopców przez 50 dni. W tym czasie, w którym chłopiec wyrabia 102 cegły, robotnica wyrabia ich 180, a robotnik 250. Wszyscy zarobili 3403. Ile otrzymają wszyscy robotnicy, wszystkie robotnice i wszyscy chłopcy?

755. Do każdego z 3-ch zbiorników doprowadza wodę oddzielna rura. W czasie, w jakim przez rurę pierwszego zbiornika wpływają 2 wiadra, przez rurę drugiego zbiornika wpływa $2\frac{3}{4}$ wiadra, a w czasie, w jakim przez rurę drugiego zbiornika wpływają 3 wiadra, przez rurę do trzeciego zbiornika wpływa 5 wiader. Próżny pierwszy zbiornik napełnia się w ciągu 1-ej godziny, drugi w ciągu 1-ej godziny i 40-u minut, a trzeci w ciągu 45-u minut. Objętość wszystkich trzech zbiorników razem jest 9379,5 wiadra. Jaka jest objętość każdego z tych trzech zbiorników?

756. Trzy fabryki stali złożyły zarządowi kolei oferty wyrabiania szyn, mianowicie: jedna po 6300 szyn w każdych 6-u dniach, druga po 6500 w każdych 4-ch dniach, a trzecia po 7000 w każdych 7-u dniach. Zarząd kolei, pragnąc w jak najkrótszym czasie mieć 95550 szyn, po ile ma ich zamówić w każdej z tych 3-ch fabryk?

757. Czterej kupcy rozpoczynają handel bławatny: pierwszy z kapitałem 4500 rs., drugi z kapitałem 3500 rs., trzeci z kapitałem 5500 rs., czwarty zaś z kapitałem, równym sumie dwu pierwszych. Po roku otrzymali w zysku 4257 rs.; jak się nim podzielą?

758. Trzech spólników poniosło straty 2729,5 rs. Ile ma zapłacić każdy, jeżeli udział pierwszego był 2460 rs. w ciągu 10-u miesięcy, drugiego 1200 rs. w ciągu 15-u miesięcy, a trzeciego 3200 rs. w ciągu 6-u miesięcy?

759. Trzech spólników, z których pierwszy włożył 6000 rs. na $1\frac{1}{2}$ roku, drugi 8000 rs. na 9 miesięcy, a trzeci 12000 rs. na 6 miesięcy, rozwiązuje spółkę. Jak się podzielą zyskiem, równym 7493 rs., jeżeli nadto pierwszemu z nich za prowadzenie interesu należy się 1200 rs.?

760. 30-go sierpnia dwaj kupcy rozpoczęli handel zbożem: pierwszy z kapitałem 4800 rs., drugi z kapitałem 7200 rs. 25-go września przyłącza się do nich trzeci z kapitałem 3600 rs. 25-go grudnia przypadło na rzecz trzech spólników 4736 rs. zysku. Ile należy się każdemu z nich?

761. Trzej kupcy zawiązują spółkę: pierwszy wkłada 9000 rs., drugi 6000 rs., trzeci 12000 rs. Po 3-ch miesiącach wchodzi do spółki czwarty z kapitałem 15000 rs., trzeci odbiera 4000 rs., drugi zaś dodaje 3000 rs. Po roku od chwili zawiązania spółki następuje podział zysku, wynoszącego 9500 rs. Ile przypada na każdego z nich?

762. Trzej spólnicy rozpoczynają przedsiębiorstwo: pierwszy z kapitałem 12500 rs., drugi 7500 rs., trzeci 10000 rs. Pierwszy po 5-u miesiącach wycofał 5000 rs., drugi po 7-u miesiącach dodał 2500 rs., a trzeci po 5-u miesiącach wystąpił ze spółki. Zysk w chwili wystąpienia trzeciego wynosił 1284 rs. Przez następnych 7 miesięcy przyniosło przedsiębiorstwo dwu pozostałym spólnikom jeszcze 1527,5 rs. zysku. Ile otrzymał przy podziale każdy z 3-ch spólników?

763. Trzej spólnicy, pierwszy z kapitałem 15500 rs., drugi z kapitałem 26000 rs., a trzeci z kapitałem 20000 rs., mają handel żelaza, którym kieruje pierwszy z nich, za co ma zapewniony udział w zyskach $1\frac{1}{2}$ raza większy, niż dwaj pozostali. Po roku zysk okazał się 5124,5 rs. Ile $^0/_0$ zysku od swego kapitału ma pierwszy, a ile pozostali dwaj spólnicy?

764. Jan 1-go stycznia rozpoczął przedsiębiorstwo z kapitałem 30000 rs.; 1-go kwietnia wszedł do spółki Piotr z kapitałem 25000 rs.; 1-go maja odebrał Jan 12000 rs.; 1-go zaś września przystąpił do spółki z kapitałem 15000 rs. Michał, który w roku następnym 1-go stycznia włożył jeszcze 18000 rs. W $1\frac{1}{2}$ roku od chwili rozpoczęcia przedsiębiorstwa przypadło na rzecz spólników 21942,5 rs. zysku. Ile z niego należy się każdemu spólnikowi?

765. Trzej księgarze włożyli w wydawnictwo razem 14000 rs. Pierwszy należał do spółki przez 5 miesięcy, drugi przez 9 miesięcy, a trzeci przez $1\frac{1}{4}$ roku. Ile każdy z nich włożył, jeżeli udział pierwszego w zysku był 560 rs., drugiego 840 rs., a trzeciego również 840 rs.

REGUŁA MIESZANINY.

(Art. 96—100.) 766. Zmieszano herbaty 8 funtów po 3,75 rs. i 12 funtów po 2,5 rs. za funt. Ile jest wart funt tej mieszaniny?

767. 3 litry wódki 80-o-stopniowej zmieszano z 2-ma litrami wódki 60-o-stopniowej. Ile stopni ma mieszanina?

768. Zmieszano dwa gatunki rodzynków: jednego 36 funtów po 45 kop., a drugiego 48 funtów po 34 kop. za funt. Po ile należy sprzedawać funt mieszaniny, ażeby na niej zarobić 6,12 rs.?

769. Kupiec zmieszał dwa gatunki pewnego towaru: jednego gatunku $6\frac{1}{2}$ funta po $2\frac{2}{3}$ rs., a drugiego $10\frac{2}{3}$ funta po $4\frac{1}{2}$ rs. za funt. Sprzedawał funt mieszaniny po $5\frac{1}{5}$ rs. Ile zarabiał na funcie?

770. Jaka jest wartość świecznika srebrnego 72-ej próby, ważącego 2 funty i 12 łutów, jeżeli zołotnik srebra kosztuje 45 kop., a wyrób tego świecznika oceniono na 8 rs.?

771. Stopiono razem 5 funtów srebra 72-ej, 5 funtów 84-ej, 3 funty 90-ej próby, oraz 1 funt miedzi; jakiej próby jest stop?

772. Kupiec zmieszał 10 funtów herbaty po 2 rs., 12 funtów po 2,5 rs. i 15 funtów po 1,75 rs. Po czemu ma sprzedawać funt tej mieszaniny, aby osiągnął 11% zarobku?

773. Szynkarz zapłacił za 60 wiader okowity 225 rs.; dolał 15 wiader wody i otrzymaną wódkę sprzedawał na flaszki po 30 kop. za flaszkę. Flaszka obejmowała $\frac{1}{20}$ wiadra, a kosztowała 3 kopiejki. Ile % zysku miał szynkarz?

774. *a*) W jakim stosunku należy wziąć srebra 90-ej i 72-ej próby, aby otrzymać stop 84-ej próby? *b*) Ile trzeba wziąć srebra 90-ej i 72-ej próby, aby utworzyć 18 funtów srebra 84-ej próby?

775. *a*) W jakim stosunku należy wziąć srebro $85\frac{1}{3}$-ej i 72-ej próby, aby otrzymać stop 82-ej próby? *b*) Ile trzeba wziąć srebra $85\frac{1}{3}$-ej i 72-ej próby, aby utworzyć $7\frac{1}{2}$ funta srebra 82-ej próby?

776. 3,9 funta herbaty po 3 rs. za funt otrzymano, mieszając dwa gatunki, jeden po 3,4 rs., a drugi po 2,75 rs. za funt. Ile wzięto funtów każdego gatunku?

777. Ulano dzwon z cyny po 1,24 rs. i miedzi po 0,4 rs. za funt; dzwon ważył 80 pudów, a funt spiżu wypadł po 49,8 kop. Ile użyto cyny a ile miedzi?

778. Ile trzebaby dolać wody do hektolitra czystego spirytusu, aby mieć wódkę 60-o-stopniową?

779. Kupiec zmieszał dwa gatunki kawy, po 40 i po 60 kop. za funt, i 120 funtów tej mieszaniny sprzedał za 66 rubli, zarabiając po 3 kopiejki na funcie. Ile do tej mieszaniny wziął kawy każdego z owych gatunków?

780. Ile funtów srebra po 32 rs. za funt należy stopić z $11\frac{1}{4}$ funtami srebra po $27\frac{1}{8}$ rs. za funt, aby otrzymać srebro wartości $30\frac{2}{3}$ rs. za funt?

781. Zmieszano 12 funtów herbaty po 2 rs. za funt z innym gatunkiem herbaty po 3,25 rs. za funt, a otrzymana herbata była warta po 2,5 rs. za funt. Ile wzięto herbaty drugiego gatunku?

782. Ile trzeba dolać wody do 100-u garncy spirytusu po 3,5 rs. za garniec, aby wartość mieszaniny była 2,8 rs. garniec?

783. Ile trzeba dolać wody do 100-u garncy okowity po 2 ruble garniec, aby, sprzedając mieszaninę po 1,25 rs. garniec, mieć 25% zarobku?

784. Szynkarz za 1 *hl* okowity 80-o-stopniowej zapłacił 30 rs., a rozcieńczywszy ją odpowiednio wodą, sprzedawał wódkę 50-o-stopniową po 36 kop. za litr. Ile na tym hektolitrze okowity zarobił?

785. Szynkarz do okowity, za którą zapłacił po 36 kop. za kwartę, dolał tyle wody, iż, sprzedając kwartę wódki po 36 kop., miał 25% zarobku. W jakim stosunku zmieszał kupioną okowitę z wodą?

REGUŁA ŁAŃCUCHOWA.

(Art. 101—102.) 786. Ile korcy stanowi 150 *hl* jęczmienia, jeżeli 128 *l* stanowi 1 korzec?

787. Ile waży korzec pszenicy, jeżeli hektolitr pszenicy waży 134,6 *kg*, a korzec ma 128 *l*?

788. Ile waży stopa sześcienna wody, jeżeli stopa długości ma 288 *mm*, a 1 dm^3 waży 1 *kg*?

789. Ile kosztuje 250 łokci drutu, jeżeli metr tego drutu waży $\frac{1}{8}$ *kg*, łokieć ma 276 *mm*, a za 3 *kg* drutu płacą 8 rs. 40 kop.?

790. 10 łokci koronek kosztuje w Brukseli 84 franki; po ile rubli wypada 1 arszyn, jeżeli za 1 rs. płaci się w Wiedniu 3,065

korony austryjackiej, a 100 fr. w Wiedniu w wekslu na Brukselę kosztują 91,95 korony, 1 łokieć ma 576 *mm*, a 1 *m* = 1,4 arszyna?

791. 1 *q* nafty kosztuje 14,82 marki. Ile kosztuje 1 garniec nafty, jeżeli jej ciężar właściwy wynosi 0,7, garniec ma 4 kwarty, 1 kwarta = 1 litrowi, a 1 marka kosztuje $37\frac{1}{2}$ kopiejki?

792. Korzec pszenicy płaci się w Warszawie po 9,375 rubla. Po ile marek wypada w Berlinie 1000 *kg*, jeżeli za wagę korca pszenicy przyjmuje się w Rosyi 240 funtów, 1 funt ma 409 *g*, a za 100 rs. płaci się 275 marek?

793. Ile rubli zapłacono za 3 włóki ziemi, jeżeli za 125 diesiatyn zapłacono 13020 rubli i jeżeli przy tem wyliczeniu przyjmujemy, że 1000 diesiatyn = 1092-um hektarom, a mórg = 56-u arom.

794. Dla kupca hurtowego w Warszawie nabył komisant w Wiedniu 9 pak towaru, ważących każda po 612 *kg* brutto, za sumę 20088 koron i opłacił koszta transportu po 0,24 korony od kilograma, a policzył sobie 2,4% komisowego od wszystkich wydanych w Wiedniu pieniędzy. W Warszawie kupiec nabył korony po 0,425 rubla, opłacił cło od każdych 100 funtów netto po 6 rs. w złocie, a rubel w złocie nabywał po 130 kopiejek. Tara stanowiła 4%. Jaką ów kupiec ma wyznaczyć cenę funta tego towaru w sprzedaży detalicznej, jeżeli po ustąpieniu od niej rabatu 25% ma sam osiągnąć zysku 20% od poniesionych przezeń kosztów. (Funt w Rosyi = 409,5 *g*.)

ODPOWIEDZI.

1. 81. **2.** 968. **3.** 858. **4.** 451. **5.** 847. **6.** 729. **7.** 459. **8.** 517. **9.** 1034. **10.** 583. **11.** 5400. **12.** 100980. **13.** 61875. **14.** 66600. **15.** 15480. **16.** 15. **17.** 2. **18.** 5. **19.** 86. **20.** 1566. **21.** 138. **22.** 36. **23.** 126. **24.** 446. **25.** 509. **26.** 803. **27.** 690. **28.** 1. **29.** 1. **30.** 627. **31.** 1. **32.** 1. **33.** 15. **34.** 5. **35.** 49. **36.** 509. **37.** 43. **38.** 3. **39.** 1. **40.** 15. **41.** 7. **42.** 1200. **43.** 594360. **44.** 155650. **45.** 7560. **46.** 51918. **47.** 8496. **48.** 10656. **49.** 29088. **50.** 1436400. **51.** 10800. **52.** 8640. **53.** 10620. **54.** 23760. **55.** 77760. **61.** Od 367 koni. **69.** $\frac{11}{300}$ godziny. **70.** $\frac{2}{5}$ doby. **71.** $\frac{2}{7}$ godziny. **72.** $\frac{3}{5}$ roku. **73.** $\frac{31}{60}$ roku. **74.** $5\frac{1}{7}$ cala. **77.** $5\frac{5}{11}$ miesiąca. **78.** $\frac{7}{8}$ garnca. **79.** $21\frac{1}{3}$ garnca. **80.** $\frac{27}{32}$ korca. **81.** Albo $\frac{2}{35}$, albo $\frac{1}{7}$. **82.** Druga 3 razy, trzecia 4 razy. **83.** Druga $12\frac{3}{5}$ rs, trzecia $15\frac{3}{4}$ rs., czwarta $1\frac{1}{20}$ rs. **85.** *c*) $\frac{7}{8}$. **86.** *a*) $\frac{26}{41}$; *b*) $\frac{13}{41}$; *c*) $\frac{11}{15}$; *d*) $\frac{15}{22}$; *e*) $\frac{101}{105}$; *f*) $\frac{7}{9}$; *g*) $\frac{11}{15}$; *h*) $\frac{10}{21}$.

89. $\frac{1}{16}$ godziny. **90.** $\frac{3}{14}$ doby. **91.** $\frac{5}{5}$ doby. **92.** $\frac{1}{25}$ okręgu koła. **93.** $\frac{7}{80}$ *m*^{2}. **94.** $\frac{14}{15}$. **96.** $\frac{21}{32}$ diesiatiny. **97.** $\frac{153}{320}$ *m*^{3}. **98.** $1^0\,24'\,22\frac{1}{2}''$. **99.** Co $4\frac{4}{5}$ minuty. **111.** $\frac{20}{72}$,... **117.** $\frac{820}{2880}$,.... **118.** $\frac{2431}{17017}$,.... **119.** $\frac{375}{3000}$,.... **121.** $\frac{57245}{1113121}$,.... **125.** $\frac{11}{15}$, $\frac{5}{7}$. $\frac{7}{10}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$. **131.** 2, $1\frac{2}{3}$, $1\frac{2}{5}$, $1\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{6}$, $1\frac{1}{8}$, $1\frac{1}{15}$. **136.** $\frac{35}{48}$. **137.** $\frac{1}{6}$. **138.** $\frac{1}{75}$. **139.** $\frac{5}{36}$. **140.** $\frac{109}{120}$. **143.** $1\frac{41}{144}$. **144.** $2\frac{7}{72}$, **145.** 2. **146.** $2\frac{3}{52}$. **147.** $2\frac{43}{482}$. **148.** $2\frac{601}{1260}$. **151.** $16\frac{23}{180}$. **152.** $300\frac{5}{8}$. **153.** $10\frac{391}{900}$. **154.** $26\frac{11}{30}$. **155.** $19\frac{17}{18}$. **156.** $21\frac{59}{250}$. **157.** 6. **158.** $16\frac{13}{20}$ rs. **159.** $\frac{31}{32}$. **160.** $103\frac{4}{5}$ *l*. **161.** Na $\frac{11}{60}$ odległości. **162.** $\frac{19}{120}$. **163.** $1\frac{27}{100}$ rs. **164.** $24\frac{3}{4}$ rs. **165.** $176\frac{2}{3}$ *m*. **166.** (Przed obliczaniem ceny drugiej książki należy cenę pierwszej włączyć w ułamek; art. 15.) $32\frac{11}{20}$ rs. **167.** 1600 sażeni. **171.** $\frac{18}{40}$. **172.** $\frac{1}{6}$. **173.** $\frac{3}{220}$. **175.** $5\frac{23}{48}$. **182.** $\frac{5}{6}$. **183.** $1\frac{13}{20}$. **184.** $7\frac{11}{12}$. **185.** $10\frac{61}{63}$. **186.** $\frac{115}{1512}$. **187.** $\frac{281}{2520}$. **188.** $3\frac{13}{24}$. **189.** $5\frac{1}{2}$. **190.** $10\frac{11}{180}$. **191.** $27\frac{71}{120}$. **192.** $62\frac{67}{120}$. **193.** $44\frac{1}{60}$. **195.** O $166\frac{2}{3}$ pudów. **196.** 126 rs. **197.** $7\frac{1}{20}$ łokcia. **198.** $99\frac{3}{8}$ *l*. **199.** $\frac{7}{20}$ arszyna. **200.** $13\frac{13}{72}$. **201.** $\frac{7}{360}$. **202.** $\frac{13}{60}$. **203.** $\frac{1}{6}$. **204.** $\frac{7}{24}$. **205.** $1\frac{13}{20}$ rs. ($6\frac{2}{5}$ włączyć w ułamek). **206.** $11\frac{1}{10}$ rs. **207.** $17\frac{3}{5}$ rs. **208.** Na $9\frac{3}{8}$ arszyna. **209.** Ze $122\frac{1}{2}$ *m*. **210.** $151\,336\frac{23}{25}$ rs. **211.** Zmniejszy się o $10\frac{3}{5}$. **212.** Zmniejszy się o $3\frac{7}{20}$. **213.** Zmniejszy się $10\frac{17}{24}$. **219.** $\frac{3}{77}$. **220.** $\frac{1}{2}$. **221.** $\frac{1}{5}$. **222.** $\frac{5}{126}$. **227.** $1829\frac{1}{3}$. **228.** 3750. **229.** $\frac{9}{10}$. **230.** $46\frac{29}{40}$. **231.** $64\frac{15}{32}$. **232.** $86\frac{1}{2}$. **233.** $16\frac{71}{75}$. **234.** 66. **235.** $5\frac{5}{18}$. **236.** $207\frac{1}{15}$. **237.** *e*) $\frac{9}{20}$ rs. **238.** *a*) $\frac{12}{25}$ rs. **239.** *a*) 12; *f*) $\frac{7}{20}$. **241.** $60\frac{1}{5}$ rs. **242.** $9\frac{3}{5}$ rs. **243.** O $4\frac{1}{10}$ rs. **244.** $8\frac{29}{50}$ rs. **245.** $7\frac{7}{40}$ rs. **246.** $412\frac{1}{20}$ rs. **247.** $20\frac{67}{100}$ rs. **248.** $312\frac{1}{2}$ wiader. **251.** $424\frac{2}{3}$ funta. **252.** 846 rs. **253.** $55\frac{4}{5}$ rs. **254.** $106\frac{2}{5}$ rs. **255.** $13\frac{3}{5}$ rs. **257.** 1160 rs. **258.** 56 *hl*. **259.** Starszy o $\frac{4}{5}$ rs. **260.** $313\frac{1}{6}$ rs. **261.** 2322 sażeni. **262.** *a*) $\frac{25}{17}$. **274.** *a*) $7\frac{1}{2}$; *b*) $\frac{30}{49}$; *c*) $\frac{1210}{1323}$. **275.** $\frac{2}{3}$. **276.** $\frac{4}{11}$. **277.** $\frac{8}{8}$. **278.** 51. **279.** 3. **280.** $\frac{3}{10}$. **281.** *a*) 30 kop.; *b*) 30 kop.; *c*) $\frac{4}{5}$ rs.; *d*) $1\frac{4}{5}$ rs.; *e*) $1\frac{1}{6}$ rs. **282.** $1\frac{7}{8}$ łokcia. **284.** Po $3\frac{31}{50}$ rs. **285.** 55 *m*. **286.** $4\frac{13}{60}$ arszyna. **287.** Pierwsza $150\frac{9}{20}$ rs.; druga $153\frac{1}{5}$ rs.; trzecia $137\frac{19}{20}$ rs.. **288.** W ciągu 18-u tygodni. **289.** 69 arszynów. **290.** $52\frac{9}{10}$ rs. **291.** W ciągu 26-u dni i 2-u godzin w 27-ym dniu. **292.** 30-u robotników. **293.** 5022. **294.** $18\frac{3}{25}$ rs. **295.** Na 61 dni. **296.** Siano na 210 dni, owies na 30 dni. **297.** 105 werst. **298.** 2400 rs. **299.** $7\frac{1}{7}$. **300.** 193 650 rs. **301.** W ciągu 8-u godzin. **302.** Po 7-u godzinach. **303.** Do pierwszej $31\frac{1}{2}$ arszyna, do drugiej 18 arszynów. **304.** Lepsze po $10\frac{1}{4}$ rs, gorsze po $7\frac{1}{2}$ rs. **305.** $\frac{3}{16}$ funta. **306.** 130 droższych, 321 tańszych. **307.** $3\frac{71}{80}$ rs. **308.** O godzinie 5-ej minut 50. **309.** O godzinie 5-ej minut 35 sekund $17\frac{11}{17}$. **310.** 390 werst. **311.** $20\frac{37}{50}$ *hl*. **312.** Po 8-u minutach. **313.** Po $1\frac{3}{5}$ rs. **314.** 305 werst. **315.** 480 garncy. **316.** $182\frac{1}{10}$ rs. **317.** 6120 rs. **318.** 600 *m*. **319.** Pierwszego 323 200 rs.,

drugiego 445 720 rs., a trzeciego 193 480 rs. **320.** 21 000 rs. **321.** Najstarszego 192 000 rs., średniego 201 600 rs., najmłodszego 161 280 rs. **322.** Zwiększy się 8 razy. **327.** $2\frac{131}{160}$. **329.** $3\frac{1}{2}$ h. **397.** 5. **398.** 0. **399.** 6. **400.** 10. **401.** *a*) 3, *b*) $\frac{1}{8}$. **404.** *a*) $\frac{25}{3}$. **405.** $\frac{16}{9}$, $1\frac{7}{9}$ razy. **425.** (Stopa ma 300 *mm.*) $\frac{11}{12}$. **428.** 9:12 i 12:14. **435.** 27:36, 36:150 i 150:55. **497.** Za 1080 rs. **498.** $637\frac{1}{2}$ rs. **499.** 2080 obrotów. **500.** 22 *m.* **501.** *a*) na 3280 K; *b*) na $239\frac{87}{167}$ K; *c*) 13 694:1000. **502.** 16, 16,8, 17,6, 18,4, 19,2 stopniom termometru Réaumur'a; 25, 26,25, 27,5, 28,75 stopniom termometru Celsius'a. **503.** 15,625 *km.* **504.** 16,66 *km.* **505.** 1680 *km.* **506.** 16 dób. **507.** $44\frac{9}{14}$ za 100. **508.** $338\frac{278}{389}$ *g.* **509.** 875 bochenków. **510.** W 112-u dniach. **511.** 150-u robotników. **512.** 60-u kosiarzy. **514.** 174,25 *kg.* **515.** 20 godzin. **516.** 748 desek. **517.** 252 *m.* **518.** $5\frac{3}{5}$ *m.* **519.** 145 *m.* **520.** $46\frac{2}{3}$ kóp. **521.** W odległości $10\frac{2}{5}$ *m.* **522.** 11730 szyn. **523.** 198 obrotów. **524.** 3,75 *m.* **525.** 255 razy. **526.** W ciągu 7-u miesięcy 6-u dni. **527.** 315 sążni. **528.** Po $28\frac{8}{9}$ *km.* **529.** 317 rs 25 kop. **530.** W 62-u godzinach 25-u minutach. **531.** 9 m^3 375 dm^3. **532.** 9 *km.* **533.** Jeden 1927,65 rs., drugi 2682 rs. **534.** W ciągu $1\frac{1}{2}$ godziny. **535.** 71868 rs. **536.** 45 rs. **537.** 3360 rs. **538.** 984,20 tony angielskiej. **539.** 9,15 diesiatyny. **540.** 4,6 mili lądowej; 4 mile morskie. **541.** Włóka ma 16,79616 *ha*; w 100 *ha* jest 178,612 morga. **542.** 457 *m* 20,09 *cm.* **543.** 14 arkuszy 11 stron. **544.** Na 108 dni. **545.** 480 obrotów. **546.** Po 6-u miesiącach. **547.** Do 20-go maja (włącznie). **548.** 96 *m.* **549.** 30-u robotników. **550.** W pierwszem. **551.** W klasie I. **552.** 71%. **553.** 180,57%. **554.** 56,25 rs. **555.** 439 rs. 4 kop. **556.** 2941 rs. **557.** 30000 rs. **558.** 1152 rs. **559.** 55 rs. 41 kop. **560.** $13\frac{7}{16}$ rs. **561.** 59 rs. 4 kop. **562.** 15%. **563.** 23%. **564.** $2\frac{1}{2}$%. **565.** $3\frac{3}{4}$%, 5%. **566.** 68%. **567.** 16%. **568.** $1\frac{3}{4}$%. **569.** 21%. **570.** $56\frac{1}{2}$%. **571.** $2\frac{1}{2}$%. **572.** 3845 rs. **573.** 105 dni. **574.** $2\frac{1}{2}$ m^3. **575.** 20 290 rs. 50 kop. **576.** 582 rs. 73 kop. **577.** 173 akcye. **578.** 1315 rs. **579.** 1 rs. 20 kop. **580.** O 4272 rs. **581.** O 3,105 korcy. **582.** 3,068 *m.* **583.** 12,5%. **584.** O 11,5%. **585.** O $4\frac{10}{37}$%. **586.** O 25%. **587.** 12%. **588.** Na $6\frac{18}{47}$%. **589.** Za 1030,4 rs. **590.** $74680\frac{8}{9}$ rs. **591.** Za 165 900 rs. **592.** Po 18 kop. **593.** Po 3 rs. 75 kop. **594.** Za 19 603,5 rs. **595.** Za 1840 rs. **596.** 375 *km.* **597.** 1100 000 rs. **598.** $38846\frac{2}{18}$ rs. **599.** 175 werst. **600.** 208 rs. **601.** 84 500 rs. **602.** 6650 rs. **603.** Za 550 funtów. **604.** 462 rs. 50 kop. **605.** 266 rs. **606.** 6727 rs. **607.** 21 uczniów. **608.** O 24 rs. 80 kop. **609.** 9,76%. **610.** 13%. **611.** O $15\frac{5}{9}$%. **612.** $9\frac{3}{8}$%. **613.** 32 062 rs. **614.** 3024 rs. **615.** 22 956 rs. 50 kop. **616.** Za 245 rs. 70 kop. **617.** 33 844 rs. **618.** (Naprzód znaleźć, za ile kupił.) Sprzedał za 112 rs. 50 kop.

619. 38 500 żołnierzy. **620.** Na 42 696 rs. 50 kop. **621.** Za 850 korcy. **622.** Za 386 rs. 50 kop. **623.** Za 120 000 rs. **624.** 7200 rs. **625.** 25%. **626.** 20%. **627.** *a*) 25%, *b*) $33\frac{1}{2}$%, *c*) 50%, *d*) 100%. **628.** 490 rs. **629.** 294 rs. **630.** (Pierwszy, sprzedając towaru za 100 rs., oddaje fabryce 90 rs.; drugi, sprzedając towaru za 110 rs., oddaje fabryce 100 rs.) Pierwszy o $1\frac{1}{9}$%. **631.** Pierwszemu za 249,9 funta, drugiemu za 250 funtów. **632.** 2 rs. 97 kop. **633.** 27 000 rs. **634.** 1470 rs. **635.** 145 rs. 80 kop. **636.** 2591 rs. 60 kop. **637.** 106 rs. 72 kop. **638.** $736\frac{2}{8}$ rs. **639.** 1031,275 rs. **640.** 7875 rs. **641.** 9300 rs. **642.** Pierwszy 2212 rs. 50 kop., drugi 2163 rs. 75 kop., trzeci 2600 rs. **643.** 6%. **644.** 5%. **645.** 4,5%. **646.** 8%. **647.** 4,5%. **648.** $5\frac{5}{16}$%. **649.** Pierwsza o $\frac{1}{12}$%. **650.** $16\frac{2}{3}$%. **651.** $38\frac{1}{15}$%. **652.** Pierwszy $7\frac{7}{15}$%, drugi $7\frac{3}{7}$%. **653.** 34 448 rs. **654.** 63 850 rs. **655.** 176 000 rs. **656.** 8240 rs. **657.** 204 rs. **658.** 20 060 rs. **659.** Za 1 080 000 rs. **660.** Za 175 000 rs. **661.** Za 20 000 rs. **662.** Za 259 200 rs. **663.** W ciągu 3-ch lat. **664.** W ciągu 4-ch lat. **665.** W ciągu 2-u lat 9-u miesięcy. **666.** W ciągu 2-u lat 11-u miesięcy. **667.** W ciągu 3-ch miesięcy 10-u dni. **668.** W ciągu 4-ch miesięcy 24-ch dni. **669.** Po $2\frac{1}{4}$ roku. **670.** Po upływie 5-u miesięcy. **671.** Jeden za 1 rok 1 miesiąc 18 dni; drugi za 10 miesięcy $17\frac{11}{17}$ dnia. **672.** Po 1-ym roku 2-u miesiącach 12-u dniach. **673.** 6475 rs. 20 kop. **674.** Na $5\frac{5}{6}$%. **675.** W ciągu 5-u lat. **676.** 123 100 rs. **677.** 93 556 rs. **678.** Po 8%. **679.** W ciagu 3-ch lat. **680.** 2400 rs. **681.** 786,49 rs. **682.** 51 840. **683.** 1756,45 rs. **684.** 5821,71 rs. **685.** 7969,56 rs. **686.** 17 280 rs. **687.** $4326\frac{12}{13}$ rs. **688.** 8364,18 rs. **689.** 9529 rs. 86 kop. **690.** 2399 rs. 76 kop. **691.** 786 rs. 25 kop. **692.** $4261\frac{13}{72}$ rs. **693.** 44,625 rs. **694.** $28\frac{7}{16}$ rs. **695.** $7969\frac{4}{9}$ rs. **696.** 17274 rs. 93 kop. **697.** 4320 rs. **698.** 242 rs. 47 kop. **699.** $493\frac{1}{8}$ rs. **700.** 1 rs 18 kop. **701.** 90 kop. **702.** 8773,94 rs. **703.** 34158,63 rs. **704.** 39 987,54 rs. **705.** 14 016,61 rs. **706.** 530 762,03 rs. **707.** 3 287 531,34 rs. **708.** 3000 rs. **709.** 17 947,12 rs. **710.** 26 223,37 rs. **711.** 1800 rs. **712.** 367,5 rs. **713.** 1440 werst. **714.** 954 mundury. **715.** 114 rs. **716.** 200 koni. **717.** 35 rs. **718.** Po 5 godzin. **719.** 760 bochenków. **720.** 32-u wozów. **721.** 225 sażeni. **722.** W ciągu 1,4 godziny. **723.** 10 146 rs. **724.** 622,08 rs. **725.** 10 800 werst. **726.** 3,5 *m*. **727.** 36-u robotnikom. **728.** W 50-u dniach. **729.** $32\frac{2}{5}$ sażenia. **730.** W ciągu $40\frac{1}{2}$ dnia. **731.** 6-u ludzi. **732.** 40 postawów. **733.** Na 33 dni. **734.** 42 płomieni. **735.** 60 sążni. **736.** Po $10\frac{1}{2}$ godziny. **737.** 36 520 cegieł. **738.** 10 rur. **739.** W 6,3 godziny. **740.** 3. **741.** Pierwszy 52,5 rs., drugi 37,5 rs., trzeci 82,5 rs., czwarty 30 rs. **742.** Na pierwszego 453,6 rs., na drugiego 1020,6 rs.,

na trzeciego 850,5 rs. **743**. 350, 150, 3000, 4900. **744**. Na pierwszego 2310 rs., na drugiego 1617 rs., na trzeciego 2695 rs., na czwartego 1463 rs. **745**. Pierwszy 9405 rs., drugi 6583,5 rs., trzeci 3762 rs. **746**. 83,25, 111, 277,5, 499,5. **747**. Najmłodszy 3765 rs., średni 6024 rs., najstarszy 6526 rs. **748**. Pierwsza 74,5 rs., druga 558,75 rs., trzecia 119,2 rs. **749**. Pierwsza dostanie 18750 rs., druga 10250 rs., trzecia 12250 rs., czwarta 8750 rs. **750**. Najstarszy 19440 rs., średni 25272 rs., najmłodszy 33696 rs. **751**. Pierwsza 3600 rs., druga 3678 rs., trzecia 2719 rs., czwarta 2228 rs. **752**. Pierwszy 208, drugi 468-oma rublami. **753**. Na pierwszą 5320 rs., na drugą 4620 rs., na trzecią 4200 rs. **754**. Robotnicy 2075 rs., robotnice 996 rs., chłopcy 332 rs. **755**. Pierwszego 1872 wiadra, drugiego 4290 wiader, trzeciego 3217,5 wiadra. **756**. W pierwszej 27 300 szyn, w drugiej 42 250 szyn, w trzeciej 26 000 szyn. **757**. Pierwszy otrzyma 891 rs., drugi 693 rs., trzeci 1089 rs., czwarty 1584 rs. **758**. Pierwszy 1086,5 rs., drugi 795 rs., trzeci 848 rs. **759**. Pierwszy otrzyma 3897 rs., drugi 1798 rs., trzeci 1798 rs. **760**. (Przyjmuje się tyle dni w każdym miesiącu, ile ich jest rzeczywiście.) Pierwszemu 1536 rs., drugiemu 2304 rs., trzeciemu 896 rs. **761**. Na pierwszego 2280 rs., na drugiego 2090 rs., na trzeciego 2280 rs., na czwartego 2850 rs. **762**. Pierwszy 1217,5 rs., drugi 1166 rs., trzeci 428 rs. **763**. Pierwszy 11,1%, drugi i trzeci po 7,4%. **764**. Janowi 8122 rs., Piotrowi 8187,5 rs., Michałowi 5633 rs. **765**. Pierwszy 6000 rs., drugi 5000 rs., trzeci 3000 rs. **766**. 3 rs. **767**. 72 stopnie. **768**. Po 46 kop. **769**. $1\frac{208}{515}$ rs. **770**. 84,95 rs. **771**. 75-ej próby. **772**. Po 2 rs. $28\frac{3}{4}$ kopiejki. **773**. $66\frac{2}{3}$%. **774**. *a*) 2:1; *b*) 12 funtów 90-ej próby i 6 funtów 72-ej próby. **775**. *a*) 3:1; *b*) $5\frac{5}{8}$ funta $85\frac{1}{3}$-ej próby i $1\frac{7}{8}$ funta 72-ej próby. **776**. 1,5 funta pierwszego, 2,8 funta drugiego gatunku. **777**. $9\frac{1}{3}$ puda cyny, $70\frac{2}{3}$ puda miedzi. **778**. $\frac{2}{3}$ *hl*. **779**. Pierwszego 48 funtów, drugiego 72 funty. **780**. $28\frac{1}{8}$ funta. **781**. 8 funtów. **782**. 25 garncy. **783**. 100 garncy. **784**. 27 rs. 60 kop. **785**. W stosunku 4:1. **786**. $117\frac{3}{16}$ korca. **787**. 172,288 *kg*. **788**. 23,887872 *kg*. **789**. 24,15 rs. **790**. Po $3\frac{1}{8}$ rubla. **791**. 15,561 kopiejki. **792**. Po 262,65 marki. **793**. $4807\frac{5}{18}$ rs. **794**. 1,28 rs.

DODATEK.

O MONETACH WAŻNIEJSZYCH.

1. W niektórych krajach (jak np. w krajach »Unii monetarnej łacińskiej«, t. j. we Francyi, w Belgii, w Szwajcaryi i w Hiszpanii) jest dwojaka moneta, złota i srebrna, przy ograniczonej ilości monety srebrnej; te kraje oznaczać będziemy bm. (bimetaliczne). W wielu krajach obowiązuje tylko złota moneta, a moneta srebrna jest w nich tylko zdawkową; te kraje oznaczać będziemy mm. (monometaliczne). W Rosyi prócz złota i srebra jest w obiegu moneta papierowa, zastępująca srebrną; ale na komorach cło jest pobierane w złocie. Wyrazimy tu monety w markach niemieckich, jako najczęściej używanych, posuwając dokładność tylko do połowy setnej części marki.

2. Anglia. Mm. 1 funt sterling albo suweren [po 20 szylingów, szyling po 12 pensów, pens (penny) po 4 farthingi] =20,43 marki. 1 gwinea albo 21 szylingów =21,45 marki. Szyling srebrny =0,94 marki. 5 szylingów nazywa się koroną, a 2 szylingi florenem.

Austro-Węgry. Mm. 1 korona =0,85 marki. Są sztuki złote 10-okoronowe i 20-okoronowe. Srebrne są sztuki 1-okoronowe. Korona dzieli się na 100 halerzy albo hellerów. Dawniejszą monetą (dotąd będącą w użyciu) jest gulden (złoty reński, floren) =2 marki. Gulden ma 100 krajcarów (centów).

Belgia. Bm., jak Francya.

Bułgarya. Zob. Turcya.

Dania. Mm. 1 korona w złocie =1,125 marki. Są sztuki 10-okoronowe złote i 1-okoronowe srebrne. Korona ma 100 örów.

Francya. Bm. 1 frank =0,81 marki, a więc sztuka 20-ofrankowa =16,2 marki. Są sztuki złote 40-frankowe, 20-ofran-

kowe, 10-frankowe i 5-ofrankowe, a srebrne 5-ofrankowe, 1-ofrankowe i $\frac{1}{4}$-frankowe. Frank ma 100 centymów (czyli ma 20 su).

Grecya. Mm. 1 nowa drachma =1 frank =0,81 marki. Nowa drachma ma 100 lept.

Hiszpania. Bm. Jak we Francyi z innemi nazwami: 1 peseta =1 frank =0,81 marki. 1 duro nowy ma 5 peset; 1 peseta ma 100 centesimos.

Holandya. Mm. 1 gulden =1,69 marki. 1 gulden ma 100 centów.

Niemcy. Mm. 1 gram czystego złota =2,79 marki. Są sztuki 10-omarkowe, zwane koronami, i 20-omarkowe, zwane koronami podwójnemi. Marka ma 100 fenigów. Sztuki srebrne są 5-omarkowe, 2-umarkowe, 1-omarkowe, $^1/_2$-markowe i $^1/_5$-markowe.

Norwegia. Zob. Szwecya.

Portugalia. Mm. 1 korona (po 10 milrajsów, 1 milrajs po 1000 rajsów czyli realów) =45,36 marki.

Rosya. 1 rubel srebrny =3,24 marki. 1 imperyał złotem czyli 5 rubli złotem =16,74 marki. O rublach papierowych zob. niżej, art. 3. Rubel ma 100 kopiejek.

Rumunia. Mm. 1 leü (piaster, romana) w złocie =1 frank =0,81 marki. 1 leü ma 100 banni (para).

Serbia. Bm. Jak we Francyi z innemi nazwami (dinar= frank, para=centym).

Stany Zjednoczone Ameryki północnej. Bm. 1 dollar po 100 centów =4,198 marki. Są sztuki złote 10-odollarowe, zwane eagle (orzeł, =41,98 marki), nowe suwereny po 4,865 dollara i sztuki po 3,847 dollara, równe 20-ofrankówkom. Dollar ma 100 centów.

Szwajcarya. Bm. Jak we Francyi.

Szwecya (jak Dania). Mm. 1 korona =1,125 marki.

Turcya. Bm. 1 piaster (po 40 para, 1 para po 3 aspry) =0,18 marki. 100 piastrów stanowi 1 medżidje =18,44 marki. 1 srebrny medżidje po 20 piastrów =3,59 marki. — W Bułgaryi 1 lewa=1 frank =0,81 marki. Lewa ma 100 stotinek.

W ł o c h y. Mm. 1 lira w złocie = 1 frank = 0,81 marki. Lira ma 100 czentezymów. 5 lir stanowi 1 skudo = 4,05 marki. Są sztuki złote 20-olirowe i 10-olirowe, a srebrne 2-ulirowe, 1-olirowe i $\frac{1}{2}$-lirowe.

3. Tak ruble papierowe, jako też różne akcye i t. d., oraz różne weksle zagraniczne mają swój kurs, ogłaszany na giełdach i w gazetach. Jeżeli np. kurs jest za 100 rubli 250 marek, to, na odwrót, można wyliczyć w rublach należność za 100 marek:

$$\begin{array}{l} 250 \text{ m.} \text{———} 100 \text{ rs.} \\ 100 \text{ m.} \text{———} x \text{ rs.} \\ \hline x = \frac{100 \times 100}{250} = 40, \end{array}$$

t. j. za 100 marek płacą 40 rubli papierowych.

Znając »kurs« rubli papierowych w markach, łatwo odpowiednio obliczyć go np. we frankach i t. d. Jeżeli np. za 100 rubli płacą 250 marek, to za 100 rubli płacić będą $\frac{250}{0,81}$ franka = = 308,64 franka.

KONIEC.